REDUNDANCIA

A redundancia fogalma és formái

Hardver redundancia

Alkalmazási példák

A redundancia olyan, a rendszer funkcióinak teljesítéséhez minimálisan szükséges, ún. alapkiépítését meghaladó **többlet**, amelyre a megbízhatóság, azaz

- a működőképesség és/vagy
- a belső biztonság

kívánt értékének elérése érdekében van szükség.

A működőképesség növelése növeli a belső biztonságot is, azonban a belső biztonság növelése érdekében alkalmazott redundancia a működőképességet csökkenti.

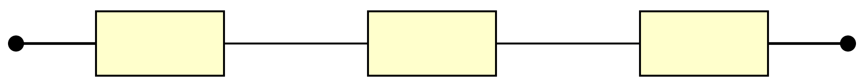
A redundanciát önmagában vagy más megbízhatóság-növelő módszerekkel kombinálva alkalmazzák.

A redundancia fő formái:

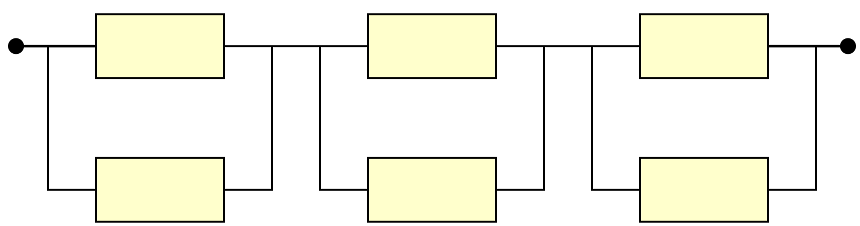
- strukturális, ezen belül
  - hardver
  - szoftver,
- információs,
- funkcionális,
- idő,
- terhelési (vö. derating),
- energia és
- ezek kombinációi.

HARDVER REDUNDANCIA

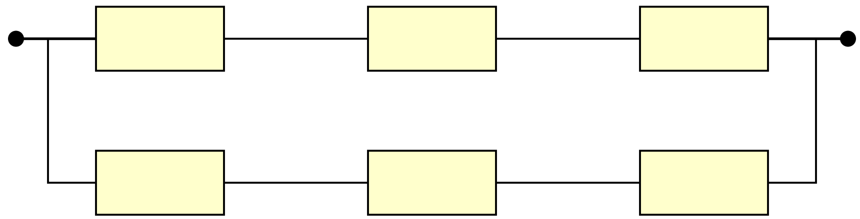
A **működőképesség növelése** céljából alkalmazott **hardver** redundancia (tartalékolás) szintjei:



- alkatrész,
- fokozat,
- készülék,



- rendszer.



Redundáns felépítés esetén a redundancia fokától függő számú alkatrész, fokozat, készülék, rendszer meghibásodása esetén **a teljes rendszer működőképes marad**.

Hardver redundanciával a redundancia szintjétől, formájától és fokától függően viszonylag **kis megbízhatóságú elemekből nagy megbízhatóságú rendszerek** építhetők.

Fontos: a redundancia tényleges meglétét folyamatosan, vagy megfelelő gyakorisággal **ellenőrizni** kell!

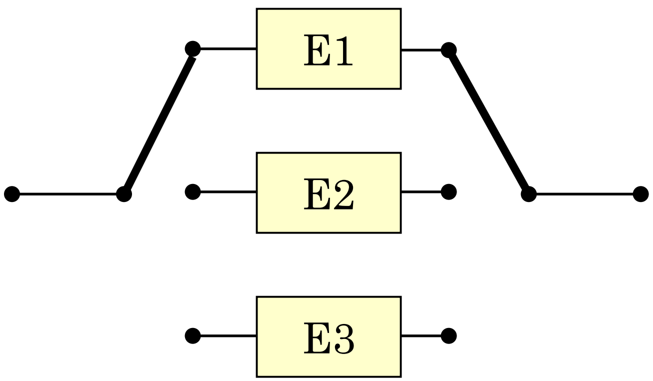
A HARDVER REDUNDANCIA FAJTÁI

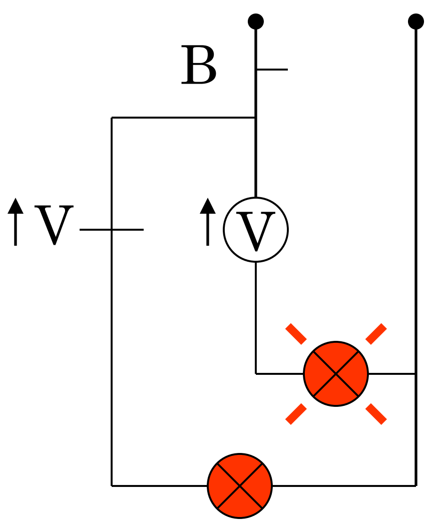
- Passzív redundancia / hideg tartalék
  - Kapcsolt („1 az n-ből”),
  - Csúszó tartalék („k az n-ből”)
- Aktív redundancia / meleg tartalék
  - Nem kapcsolt (párhuzamos, „1 az n-ből”)
  - Kapcsolt („1 az n-ből”)
  - Csúszó tartalék („k az n-ből”)
  - Többségi (szavazó logikával „k az n-ből”)

PASSZÍV HARDVER REDUNDANCIA

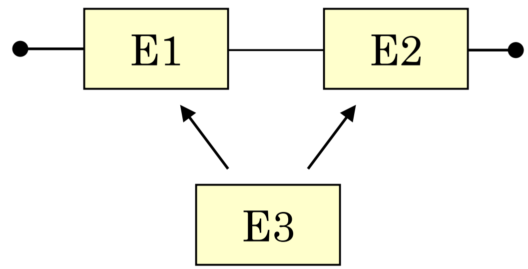
(Hideg tartalék, cold stand-by)

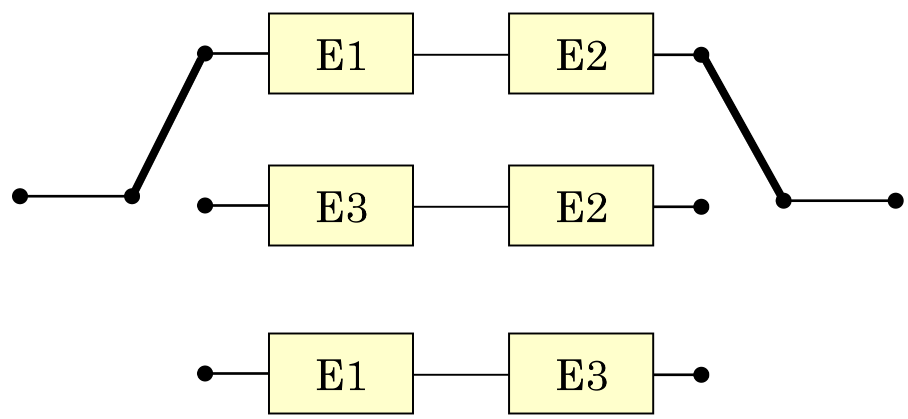
kapcsolt („1 az n-ből”),





csúszó („k az n-ből”)





Az **ideális** kapcsoló

- kapcsolási ideje t_k=0,
- élettartama T=∞.

A **valóságos** kapcsoló

- kapcsolási ideje (t_k>0) csak akkora lehet, amekkorát a folyamat megenged;
- élettartama (T<∞) jóval nagyobb kell, hogy legyen, mint az általa kapcsolt tartalék egységeké, hogy a rendszer élettartamát a kapcsoló érdemben ne csökkentse.

A redundancia hasznosítása szempontjából a **kapcsolási idő** nemcsak a kapcsoló fizikai működésének időtartamától, hanem a tartalékelemek használatra alkalmassá tételének időigényétől is függ.

Az **átkapcsolás** történhet:

- kézzel,
- automatikusan.

PASSZÍV REDUNDANCIA

Passzív redundancia esetén a tartalékelemek (alkatrészek, fokozatok, készülékek, rendszerek) csak az alapelemek meghibásodása esetén veszik át a terhelést, addig nincsenek bekapcsolva. E megoldás

- **előnye**, hogy a tartalékelemek, igénybevétele, ill. használati ideje csak a tartalék funkció tényleges ellátásával kezdődik meg (lényegesen hosszabb élettartam);
- **hátránya**, hogy alkalmazásához kapcsolási folyamatra van szükség, és ez az átkapcsolás az eddig nem használt tartalékelem használatra alkalmassá tétele miatt viszonylag időigényes.

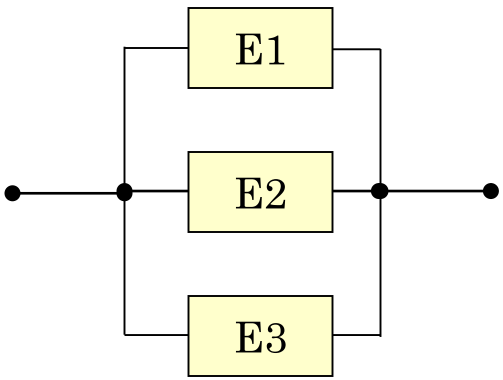
A passzív redundancia **fizikailag** megvalósítható:

- beépített formában,
- cserélhető tartalékelem formájában.

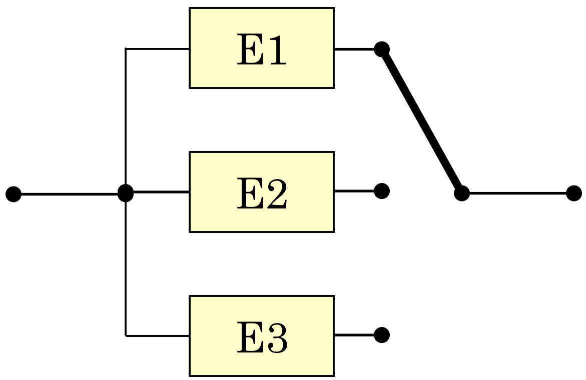
AKTÍV HARDVER REDUNDANCIA

(Meleg tartalék, hot stand-by)

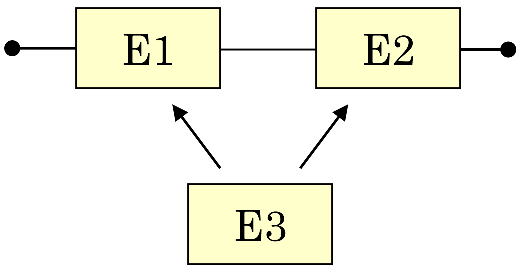
- nem kapcsolt (párhuzamos, „1 az n-ből")



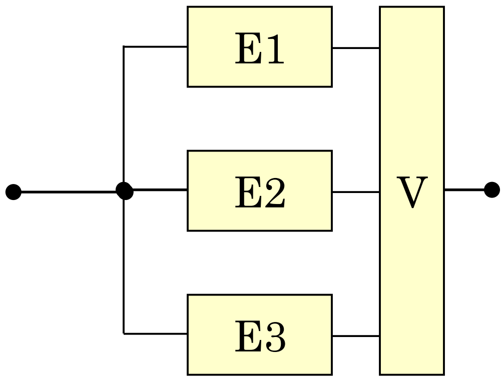
- kapcsolt („1 az n-ből")



- csúszó („k az n-ből")



- többségi (szavazó logikával „k az n-ből")



Aktív redundancia esetén a tartalékelemek az alapelemekkel együtt dolgoznak. E megoldás

- **előnye**, hogy a tartalékelemek a használatra azonnal alkalmasak, és a kialakítástól függően átkapcsolásra vagy nincs szükség, vagy ha igen, az átkapcsolási idő igen rövid lehet;
- **hátránya**, hogy a tartalékelemek az alapelemekkel együtt igénybe vannak véve, így nem érhető el akkora élettartam növekedés, mint a passzív redundanciával.

REDUNDÁNS RENDSZEREK MEGBÍZHATÓSÁGÁNAK SZÁMÍTÁSA

Passzív redundancia

Párhuzamos rendszerek

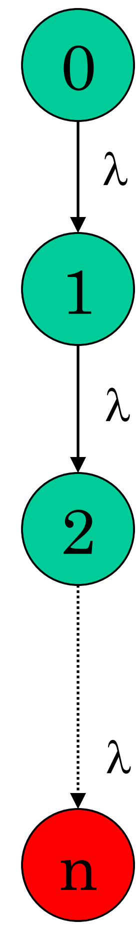
Összehasonlítás

PASSZÍV REDUNDANCIA SZÁMÍTÁSA

PASSZÍV REDUNDANCIA IDEÁLIS KAPCSOLÓVAL

Feltételezések a további vizsgálatokhoz:

- a tartalékelemek kikapcsolt állapota semmilyen értelemben nincs hatással megbízhatóságukra,
- az elemek megbízhatósági jellemzői azonosak,
- az elemek élettartama exponenciális eloszlású,
- a kapcsoló ideális.



$$T_s = \sum_{i=1}^{n} T_i = nT = n\frac{1}{\lambda}, \qquad ha\ \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = \lambda$$

Annak a valószínűsége, hogy a rendszer az *i* jelű állapotban tartózkodik:

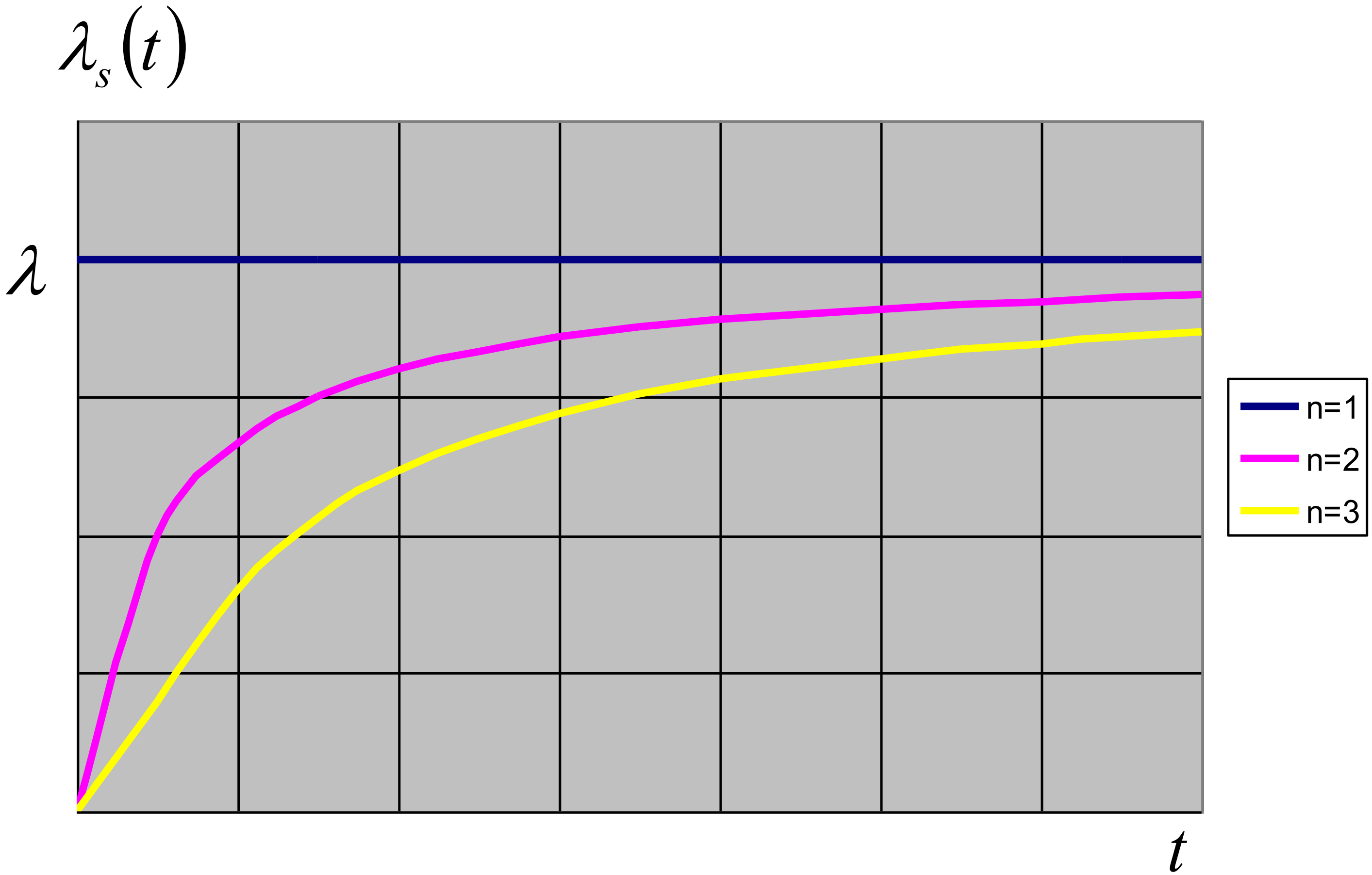
$$P_i(t) = \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t}; \qquad i = 0 \ldots n-1$$

A rendszer működőképes a *0, 1, ..., n-1* állapotokban:

$$R_s(t) = \sum_{i=0}^{n-1} P_i(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t}$$

A gyakorlatban legtöbbször
n=2

$$R_s(t) = \sum_{i=0}^{1} P_i(t) = \sum_{i=0}^{1} \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} = (1+\lambda t)e^{-\lambda t}$$



Eredő λ nem konstans, hanem időfüggő!

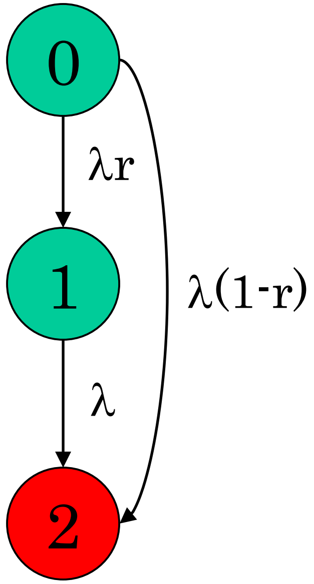
Legyen r a kapcsoló működőképességének valószínűsége.

Annak a valószínűsége, hogy a rendszer az i jelű állapotban tartózkodik:

$$P_i(t) = r^i \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t}; \qquad i = 0 \ldots n-1$$

A rendszer működőképes a *0, 1, ..., n-1* állapotokban:

$$R_s(t) = \sum_{i=0}^{n-1} P_i(t) = \sum_{i=0}^{n-1} r^i \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t}$$



A gyakorlatban legtöbbször n=2

$$R_s(t) = \sum_{i=0}^{1} P_i(t) = \sum_{i=0}^{1} r^i \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} = (1 + \lambda t r) e^{-\lambda t}$$

PÁRHUZAMOS RENDSZEREK (AKTÍV REDUNDACIA) SZÁMÍTÁSA

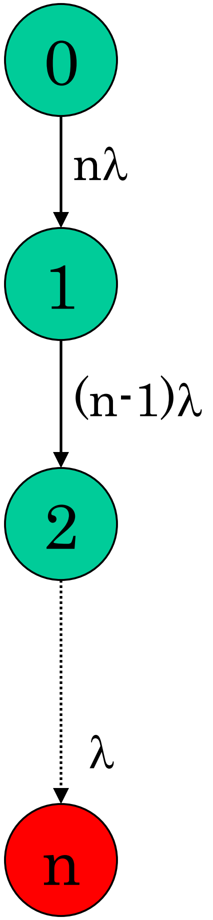
Feltételezések a további vizsgálatokhoz:

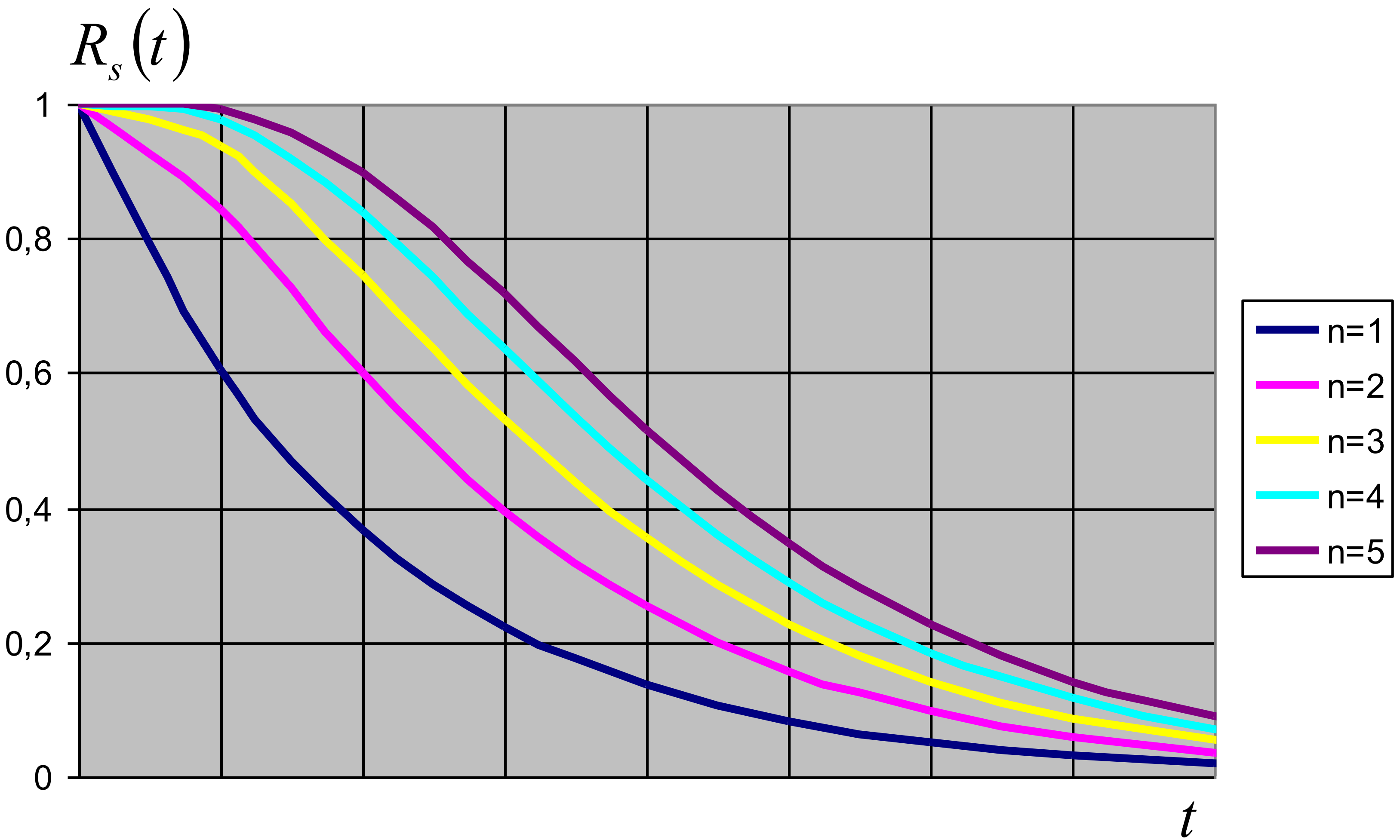
- az elemek megbízhatósági jellemzői azonosak,
- az elemek élettartama exponenciális eloszlású.

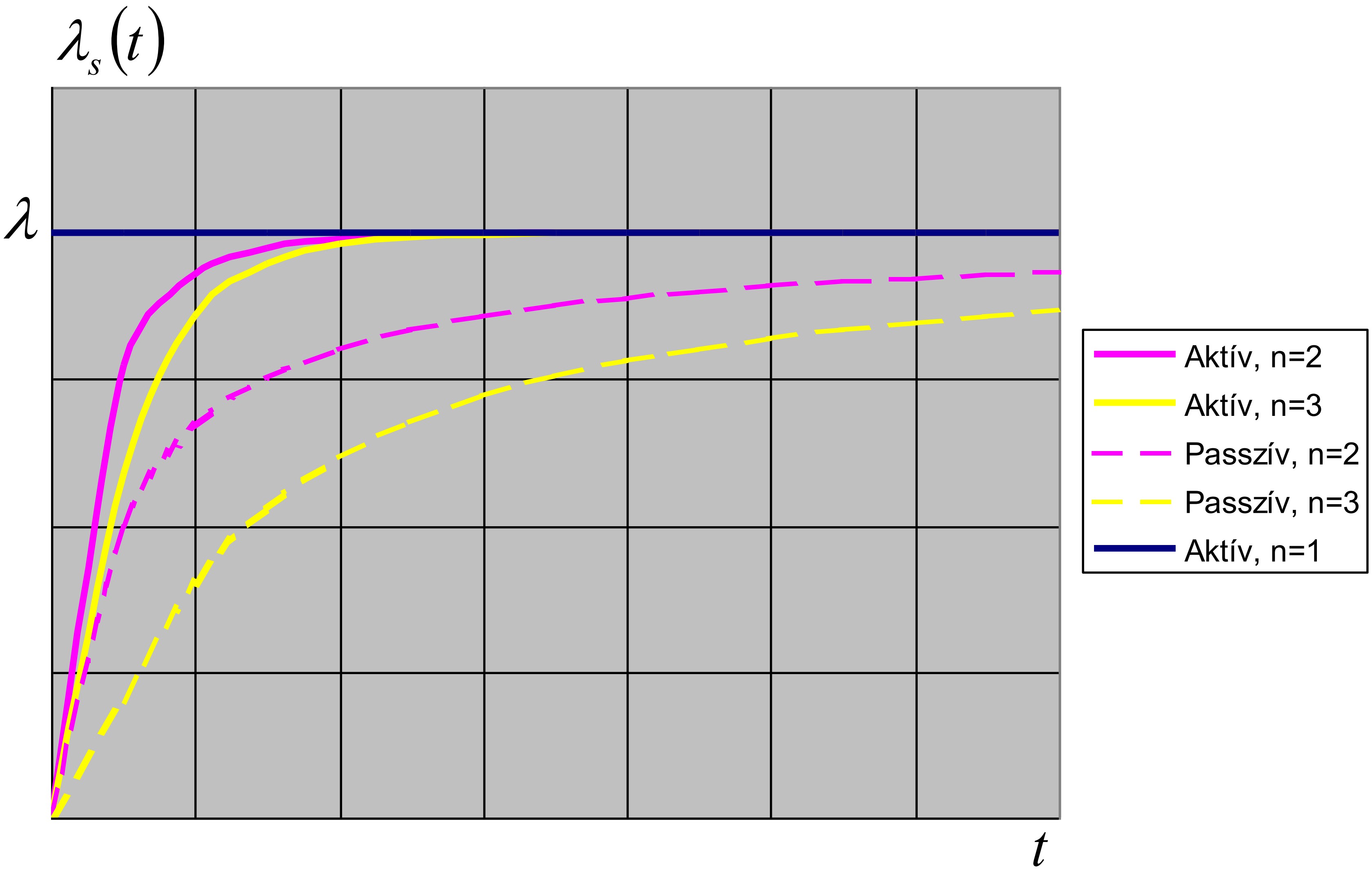
A rendszer csak akkor hibásodik meg, ha valamennyi párhuzamos elem meghibásodott:

$$F_s(t)=\prod_{i=1}^{n} F_i(t)=F(t)^n, \quad ha\ \lambda_1=\lambda_2=\ldots=\lambda_n=\lambda$$

$$R_s(t)=1-\left(1-R(t)\right)^n$$




$R_s(t)$
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
t
n=1
n=2
n=3
n=4
n=5



Eredő λ nem konstans, hanem időfüggő!

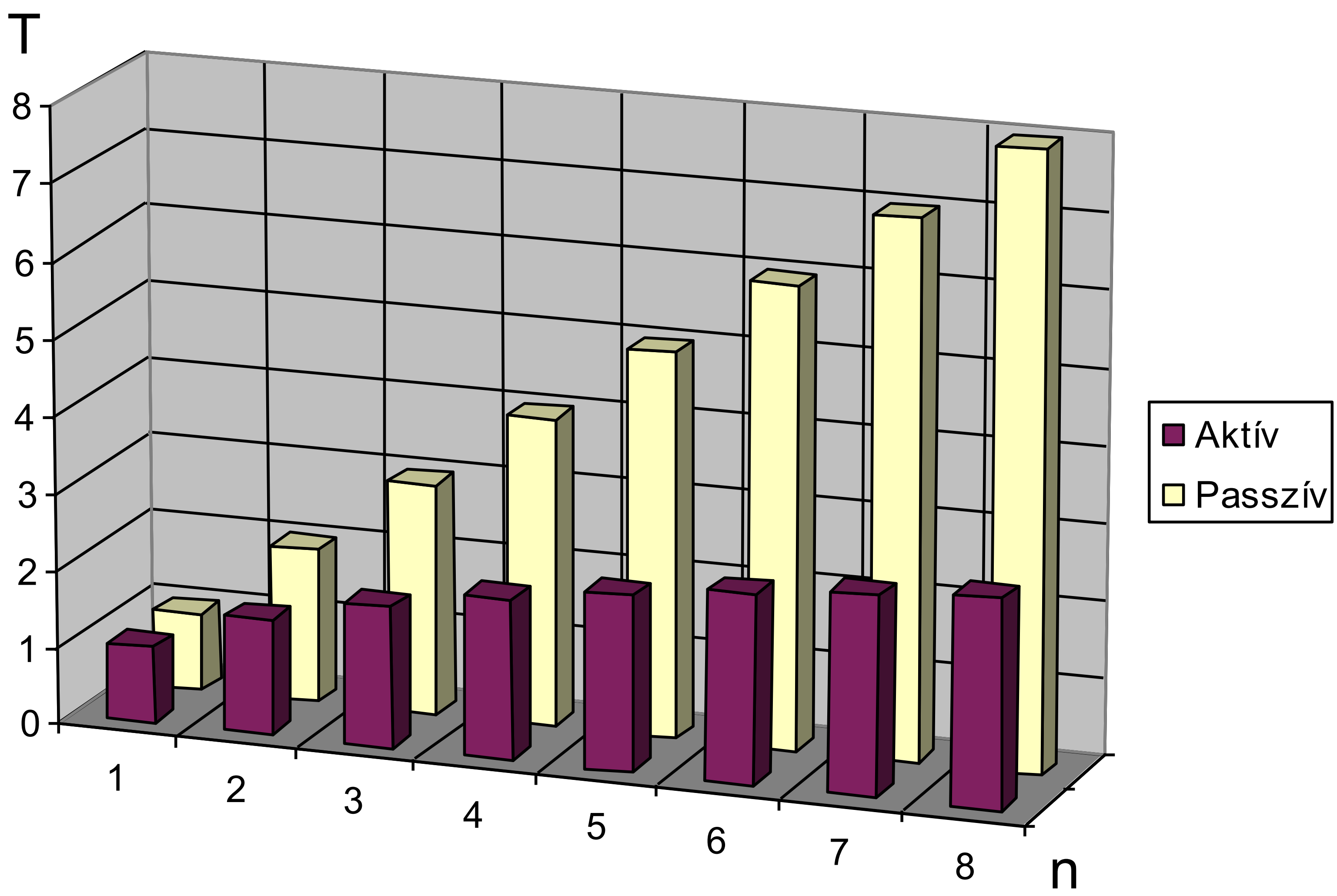
$$T_s = \int_0^\infty R_s(t)\,dt = \int_0^\infty \left[1-\left(1-e^{-\lambda t}\right)^n\right]dt = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}$$

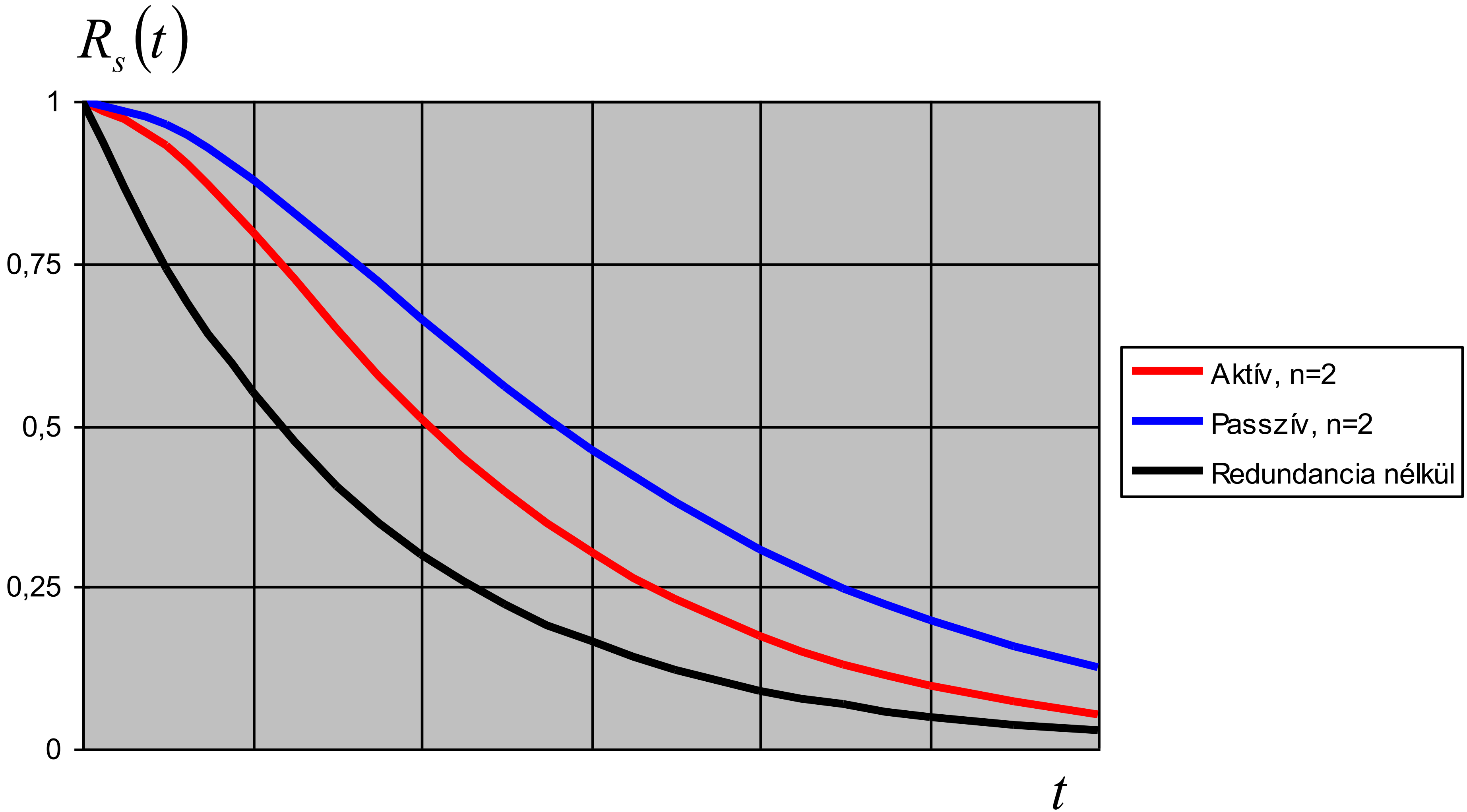
Legyen n = 2

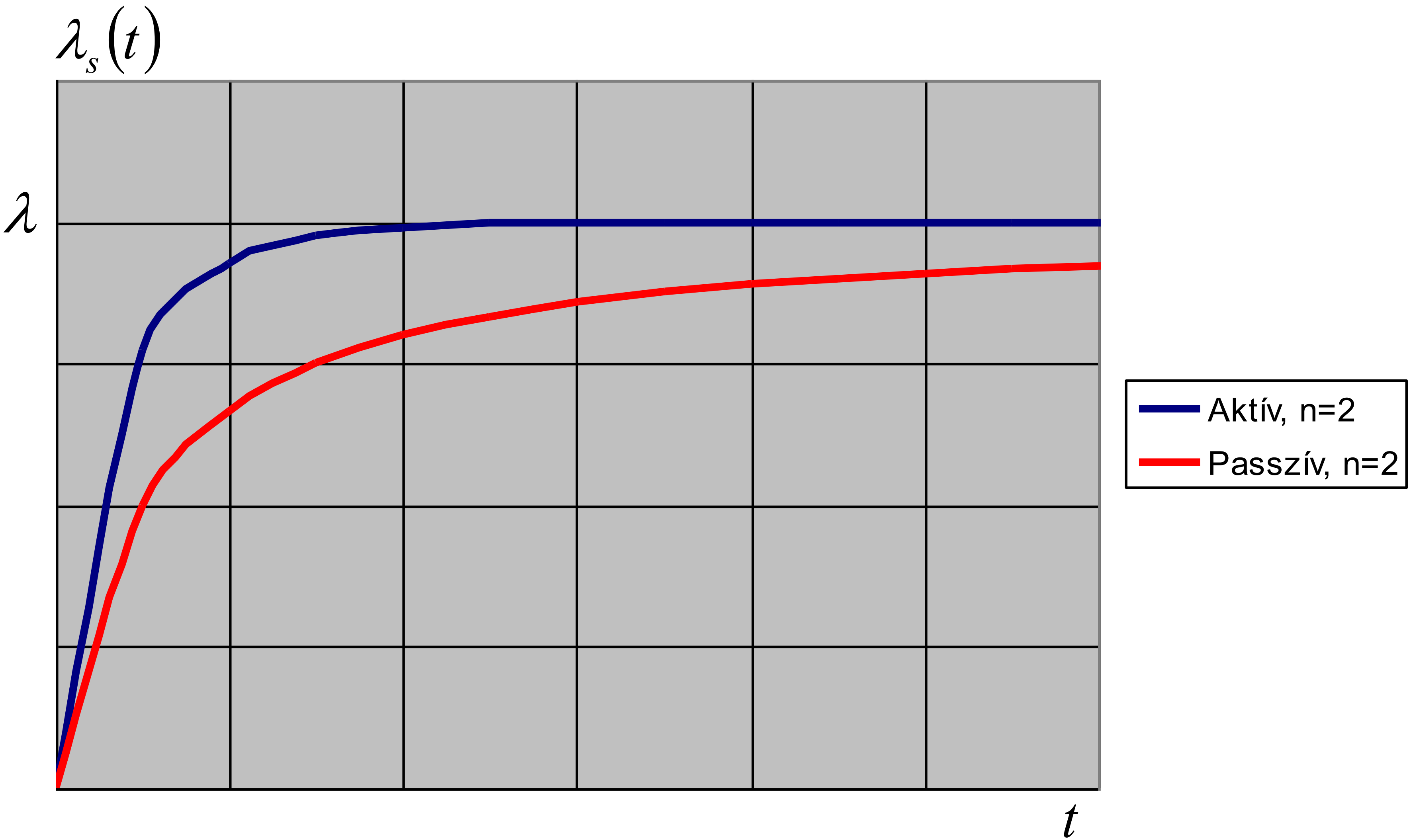
$$T_s(t) = \int_0^\infty \left[1-\left(1-e^{-\lambda t}\right)^2\right]dt = \int_0^\infty \left(2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}\right)dt$$

$$T_s(t) = \left[-\frac{2}{\lambda}e^{-\lambda t} + \frac{1}{2\lambda}e^{-2\lambda t}\right]_0^\infty = \frac{2}{\lambda} - \frac{1}{2\lambda} = \frac{1}{\lambda}\left(1+\frac{1}{2}\right)$$

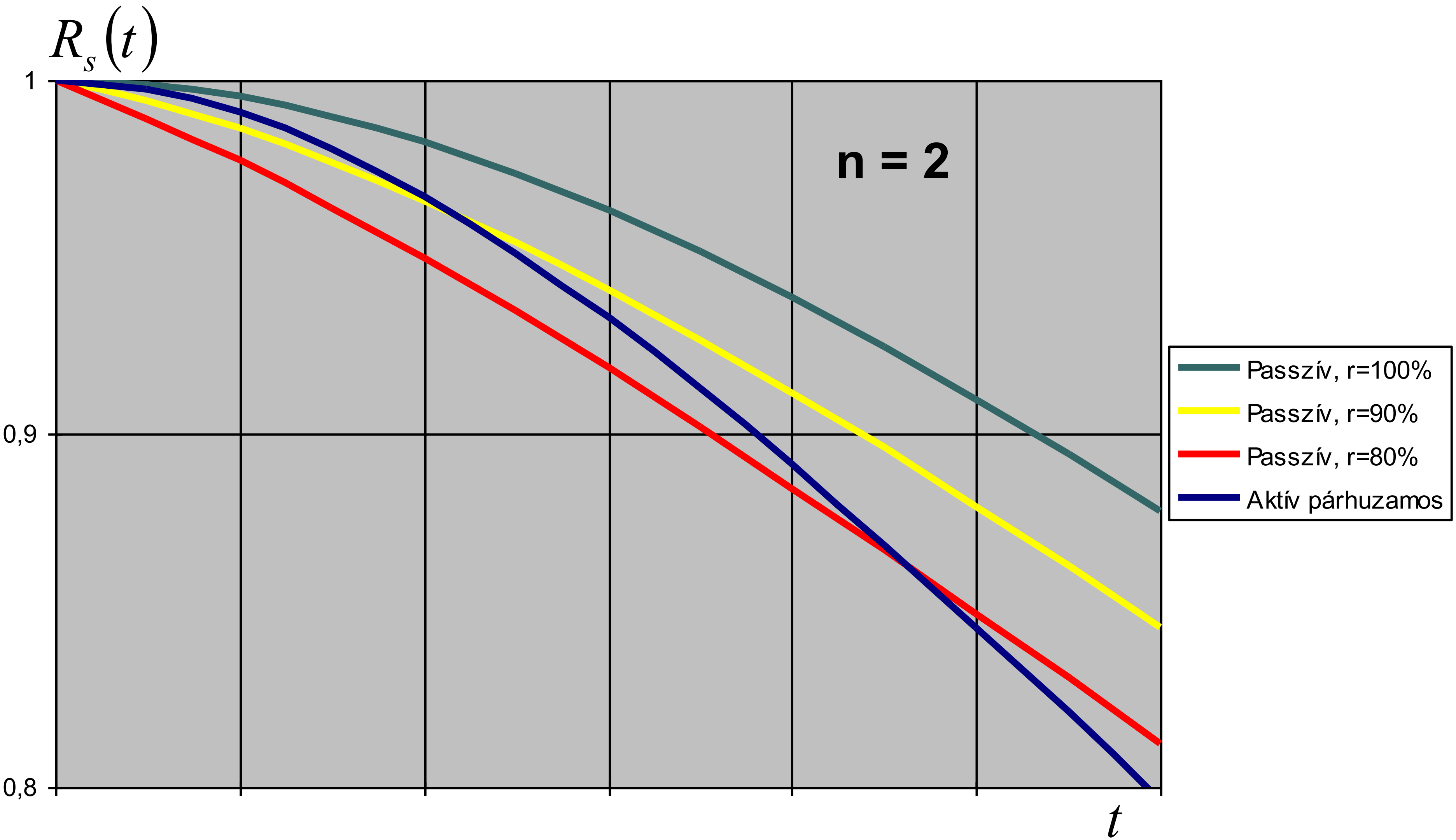
AZ AKTÍV ÉS A PASSZÍV REDUNDANCIA ÖSSZEHASONLÍTÁSA


T
8
7
6
5
4
3
2
1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
n
Aktív
Passzív


$R_s(t)$
1
0,75
0,5
0,25
0
t
Aktív, n=2
Passzív, n=2
Redundancia nélkül



$\lambda_s(t)$
λ
t
Aktív, n=2
Passzív, n=2


$R_s(t)$
1
0,9
0,8
n = 2
Passzív, r=100%
Passzív, r=90%
Passzív, r=80%
Aktív párhuzamos
t

„k” az „n”-ből rendszerek

Definíció és alkalmazási területek

Egy „n” elemből álló rendszernek legalább „k” eleme működőképes kell legyen ahhoz, hogy a rendszer működőképes legyen.

A „k” számú elem egyidejű működése szükséges lehet

- **működőképességi** okokból, pl.:
  - egy autó közlekedéséhez négy üzemképes kerék szükséges,
  - egy autóbuszjáraton a menetrend betartásához a működőképes járművek meghatározott mennyisége szükséges;
- **biztonsági** okokból, annak érdekében, hogy valamely elem meghibásodása vagy nem megfelelő működése (pl. átmeneti zavar) esetén sem léphessen fel a rendszerben veszélyeztető állapot.

A rendszer **működőképességének**, illetve **biztonságának növelését** a minimálisan szükséges „k” számú helyett „n” számú elem alkalmazása biztosítja.

k/n rendszerek

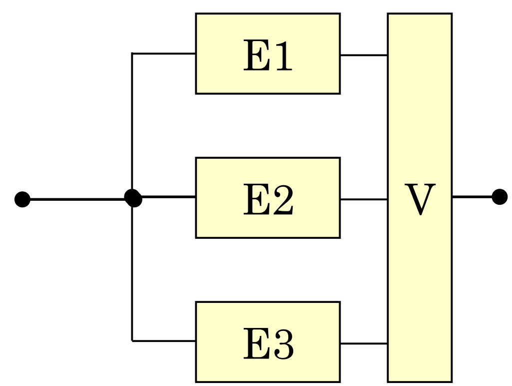
- Aktív
  - A ‘k’ és ‘n’ közti elemek is működnek
  - Pl. szavazólogika
- Passzív
  - A ‘k’ és ‘n’ közti elemek nem működnek
  - Pl. autó pótkerék

Aktív
„k” az „n”-ből rendszerek

Szavazó logikás (többségi vagy majoritásos) rendszerek

A helyes döntéshez az elemeknek legalább a fele működőképes kell, hogy legyen:

$$k \geq \frac{n+1}{2}$$

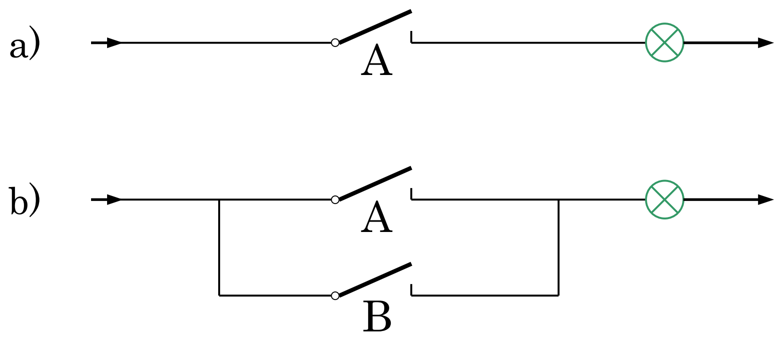


3-ból 2 rendszer

Aktív k az n-ből rendszerek

- Fontos:
  - Jó kompromisszum a tisztán soros és a tisztán párhuzamos rendszer között
    - A tisztán soros rendszer nagyon biztonságos, de nem nagyon működőképes
    - A tisztán párhuzamos rendszer nagyon működőképes, de nem nagyon biztonságos.
    - A k/n rendszerek a kettő között helyezkednek el: elég biztonságos és elég működőképes

A működőképesség és a biztonság növelése

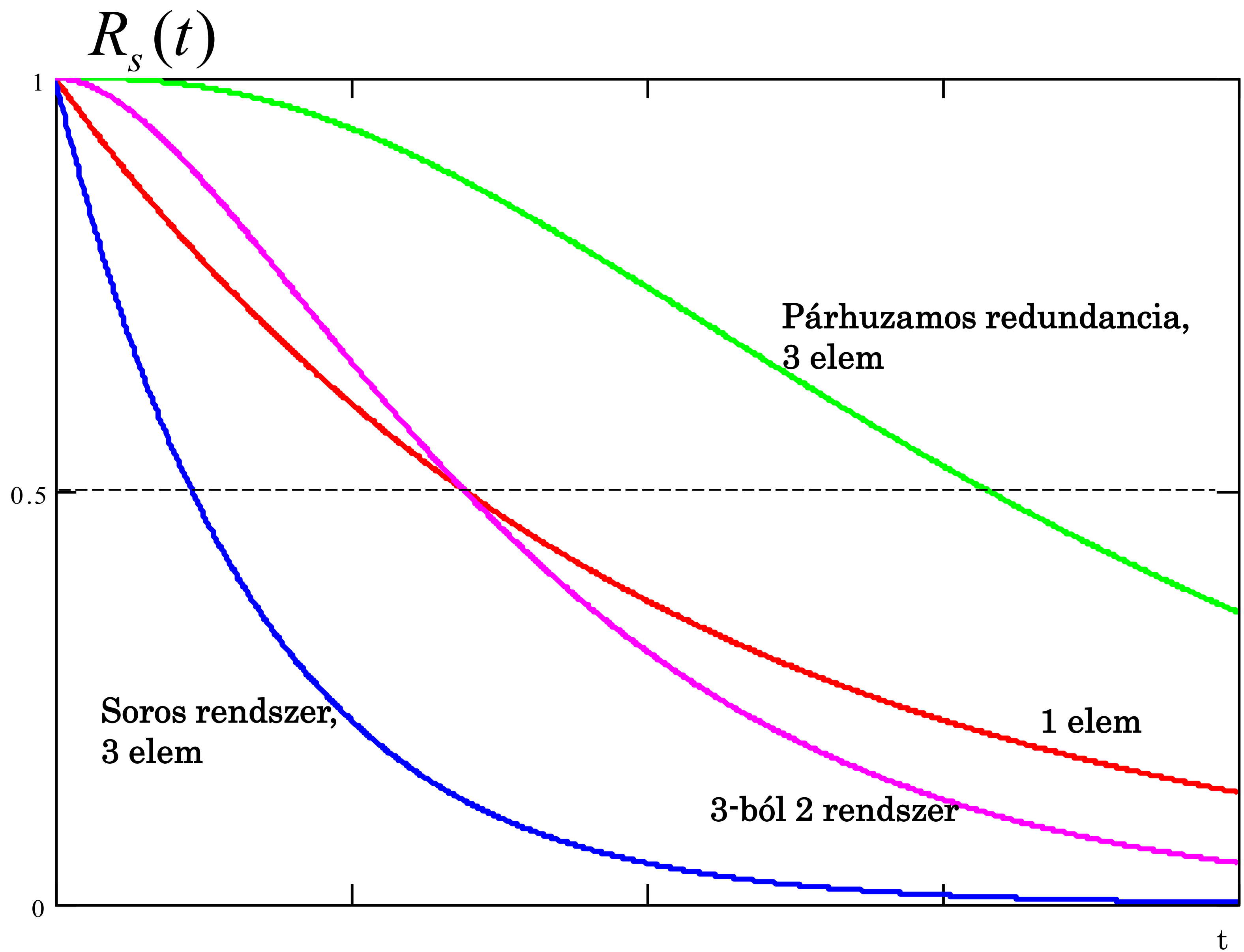


Egyszerű kapcsolás

Növelt működőképesség
2-ből 1

Növelt biztonság
2-ből 1

3-BÓL 2 RENDSZER TÚLÉLÉSI VALÓSZÍNŰSÉG



MEGBÍZHATÓSÁGI MODELLEK

Boole-féle modell
Hibafa analízis
Markov-féle modell

BOOLE-FÉLE MEGBÍZHATÓSÁGI MODELL

HIBAFA ANALÍZIS

Boole-féle megbízhatósági modell

A rendszer **véges számú** alkatrészt tartalmaz.

A rendszer alkatrészei egymástól **sztochasztikusan függetlenek**, azaz meghibásodásaik nincsenek egymással korrelációban.

A rendszer alkatrészei, és a teljes rendszer is **csak két lehetséges állapotban** lehet:

- működőképes, vagy
- meghibásodott.

Az előbbiből adódóan közbenső állapotok nem modellezhetők (pl. egy tartalék elem meghibásodik, amikor még a fő elem működik).

Monotónia-tulajdonság: egy már meghibásodott alkatrész további alkatrészek meghibásodása következtében nem válik ismét működőképessé.

A modell számításainál a **Boole-algebra** szabályai alkalmazhatók

Matematikai modellezés

Alapok

Legyen x_i az E_i rendszerelemhez rendelt logikai változó, ahol

- $x_i = 1$, ha az elem működőképes, és
- $x_i = 0$, ha az elem meghibásodott.

A rendszer állapotát leíró függvény:

$$S(x) = S(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{ha a rendszer működőképes} \\ 0, & \text{ha a rendszer meghibásodott} \end{cases}$$

Soros rendszer

$$S(x) = \bigwedge_{i=1}^{n} x_i; \qquad \overline{S}(x) = 1 - \bigwedge_{i=1}^{n} x_i = 1 - \bigwedge_{i=1}^{n} \left(1 - \overline{x}_i\right)$$

Párhuzamos rendszer

$$S(x) = \bigvee_{i=1}^{n} x_i = 1 - \bigwedge_{i=1}^{n} \left(1 - x_i\right); \qquad \overline{S}(x) = 1 - \bigvee_{i=1}^{n} x_i = \bigwedge_{i=1}^{n} \overline{x}_i$$

Hibafa analízis
Fault Tree Analysis

Elsősorban biztonsági felelősségű rendszerek megbízhatósági elemzésére szolgáló módszer.

Alkalmazásával meghatározható a vizsgált rendszer

- kiválasztott, ún. **csúcseseményének** és az ún. **elemi eseményeknek** a logikai kapcsolata,
- csúcseseményének bekövetkezési valószínűsége,
- ún. minimális vágatainak halmaza,
- hibatűrő képessége.

A módszer alkalmas a tervezett rendszer

- megbízhatósági jellemzőinek az elvárásokkal való összevetésére,
- gyenge pontjainak kimutatására,
- megbízhatósági szempontból alul- és túlméretezésének elkerülésére.

Hibafa szerkesztése

1. lépés

Definiáljuk azt az eseményt, az ún. **csúcseseményt**, amelynek szempontjából számoljuk a megbízhatósági jellemzőket. Ez az esemény valamilyen hibás működés, illetve a működés elmaradása.

2. lépés

Keressük azokat az ún. **elemi eseményeket**, amelyeknek fellépésekor, esetleg más elemi események fellépésétől is függően, a csúcsesemény bekövetkezik.

3. lépés

Meghatározzuk az elemi események és a csúcsesemény **logikai kapcsolatát**.

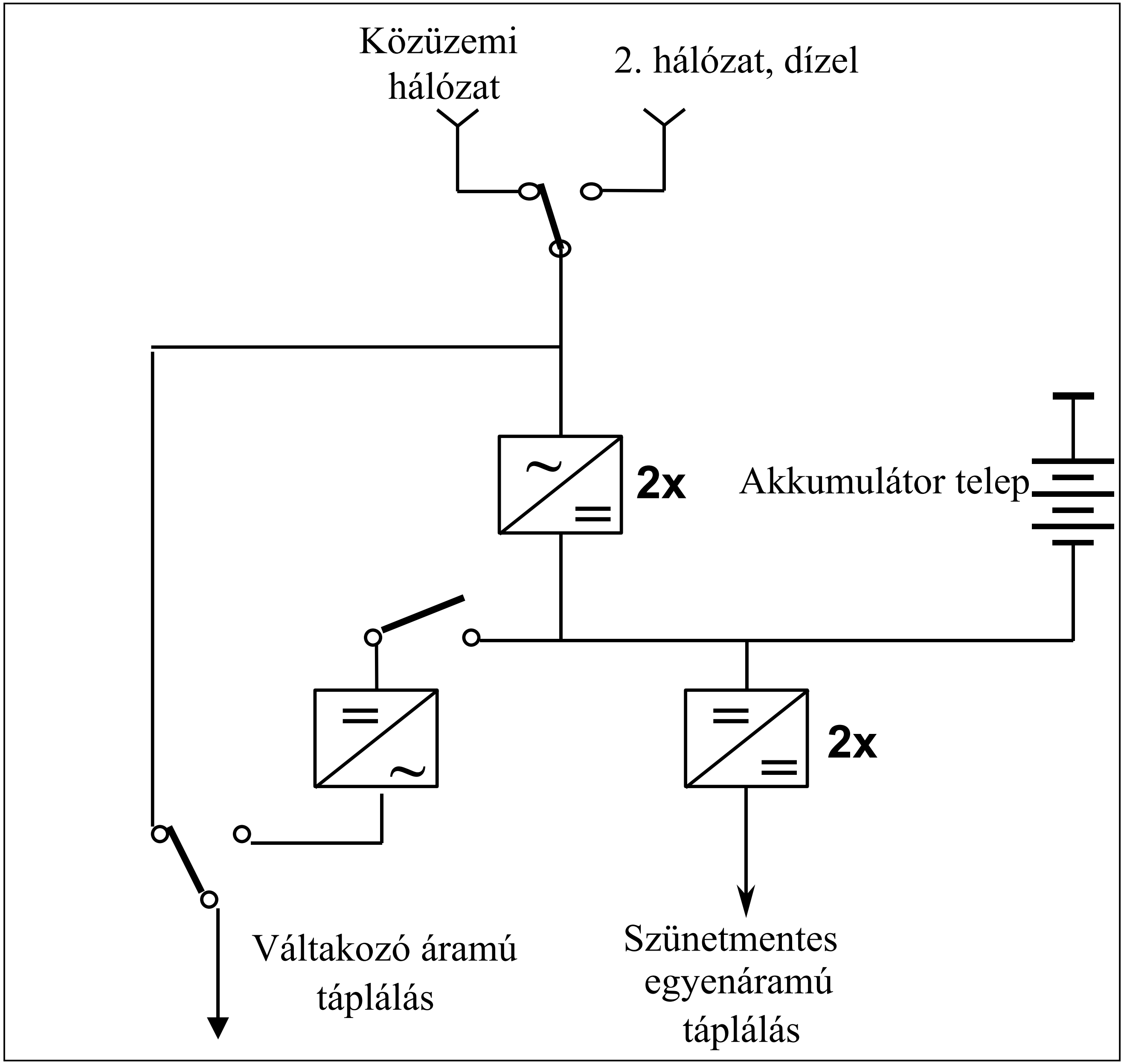
4. lépés

Az elemi események fellépésének valószínűsége alapján meghatározzuk a csúcsesemény **bekövetkezésének valószínűségét**.

5. lépés

Szükség esetén **további elemzéseket** hajtunk végre.

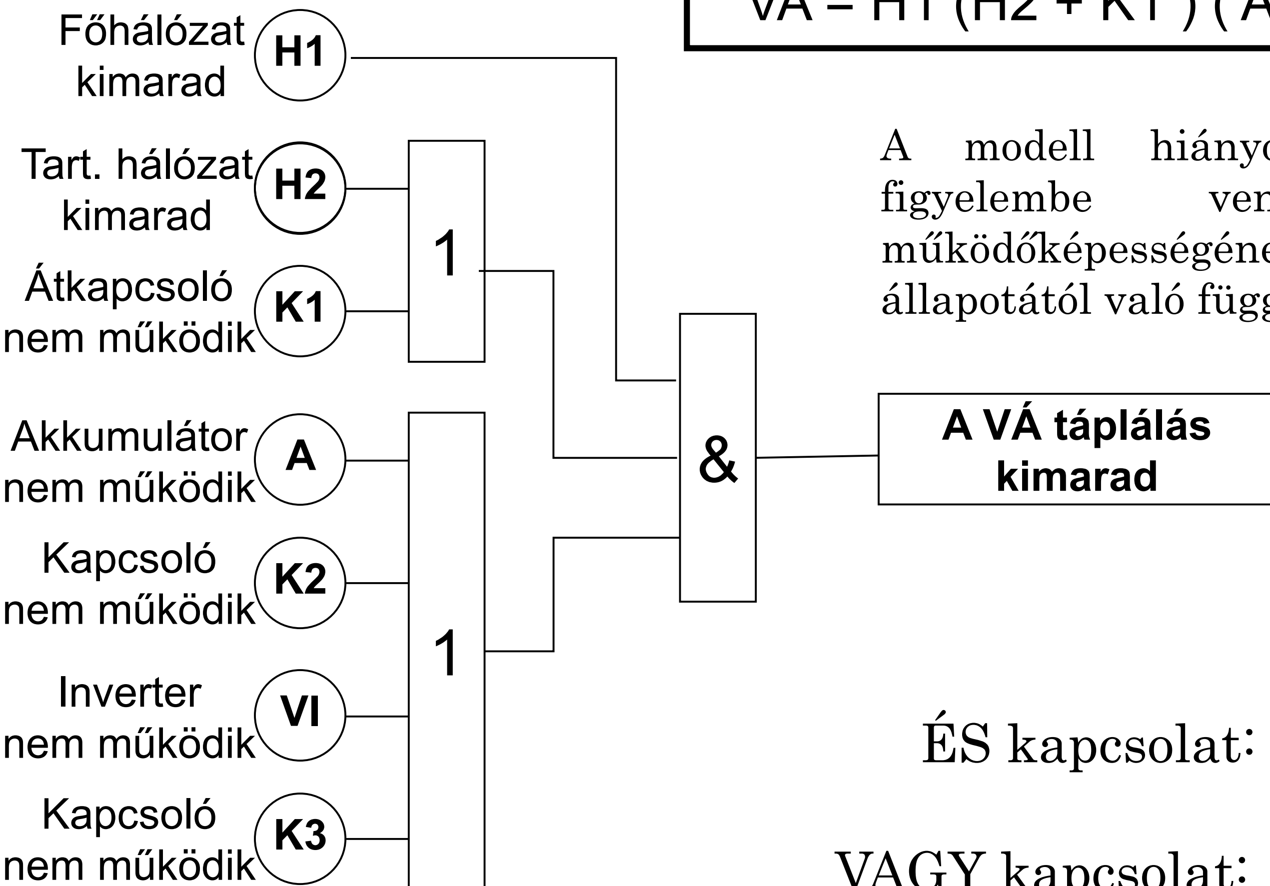
ÁRAMELLÁTÁSI RENDSZER PRIMER ÉS SZEKUNDER OLDALI TARTALÉKOLÁSSAL



ÁRAMELLÁTÓ BERENDEZÉS HIBAFÁJA

Csúcsesemény: a váltakozó áramú táplálás kimarad

VA = H1 (H2 + K1) (A + K2 + VI + K3)



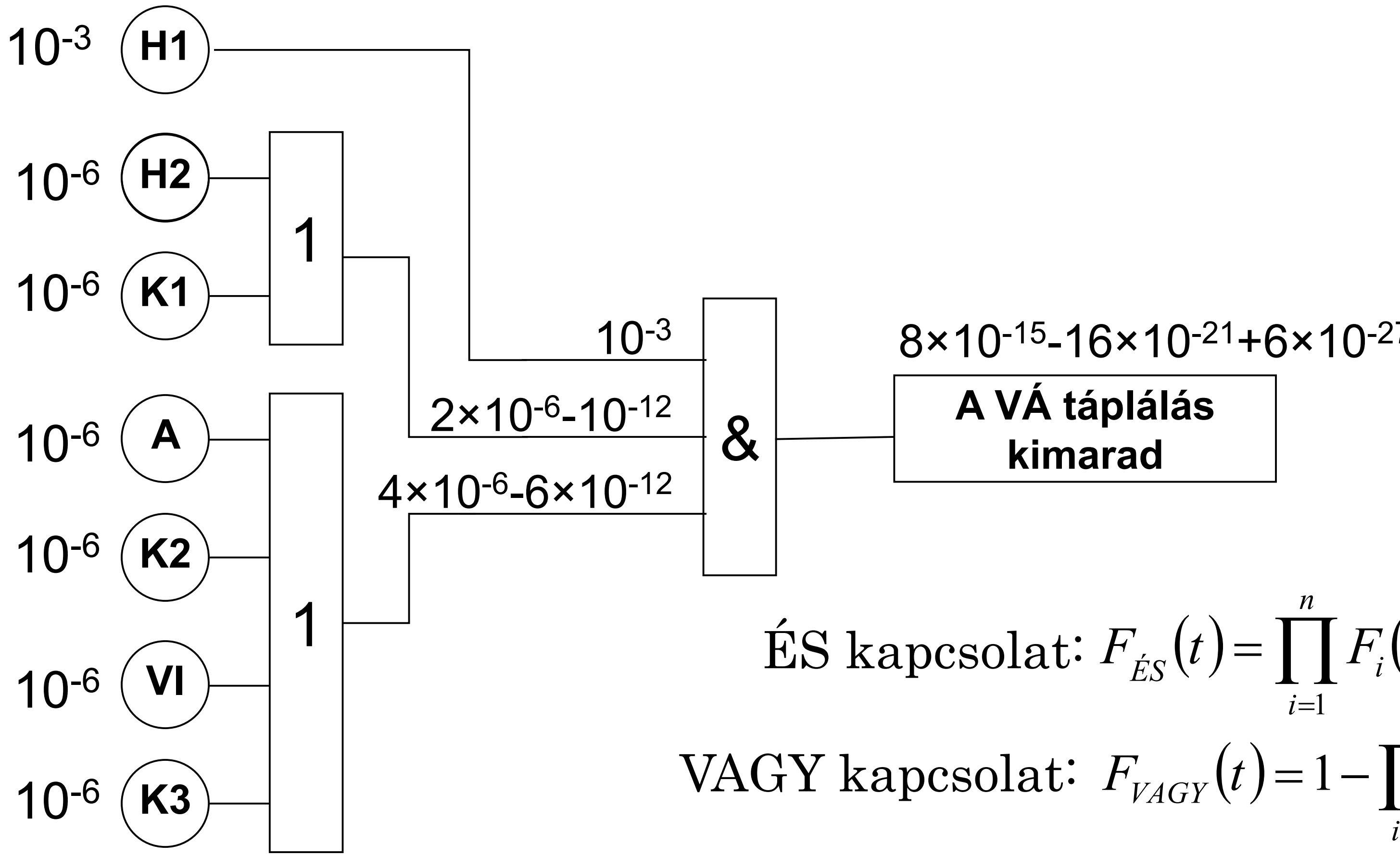
A modell hiányossága, hogy nem tudja figyelembe venni az akkumulátor működőképességének az egyenirányítók állapotától való függését.

ÉS kapcsolat: $F_{ÉS}(t) = \prod_{i=1}^{n} F_i(t)$

VAGY kapcsolat: $F_{VAGY}(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} \left(1 - F_i(t)\right)$

A csúcsesemény bekövetkezési valószínűsége

Csúcsesemény: a váltakozó áramú táplálás kimarad



ÉS kapcsolat: $F_{ÉS}(t)=\prod_{i=1}^{n}F_i(t)$

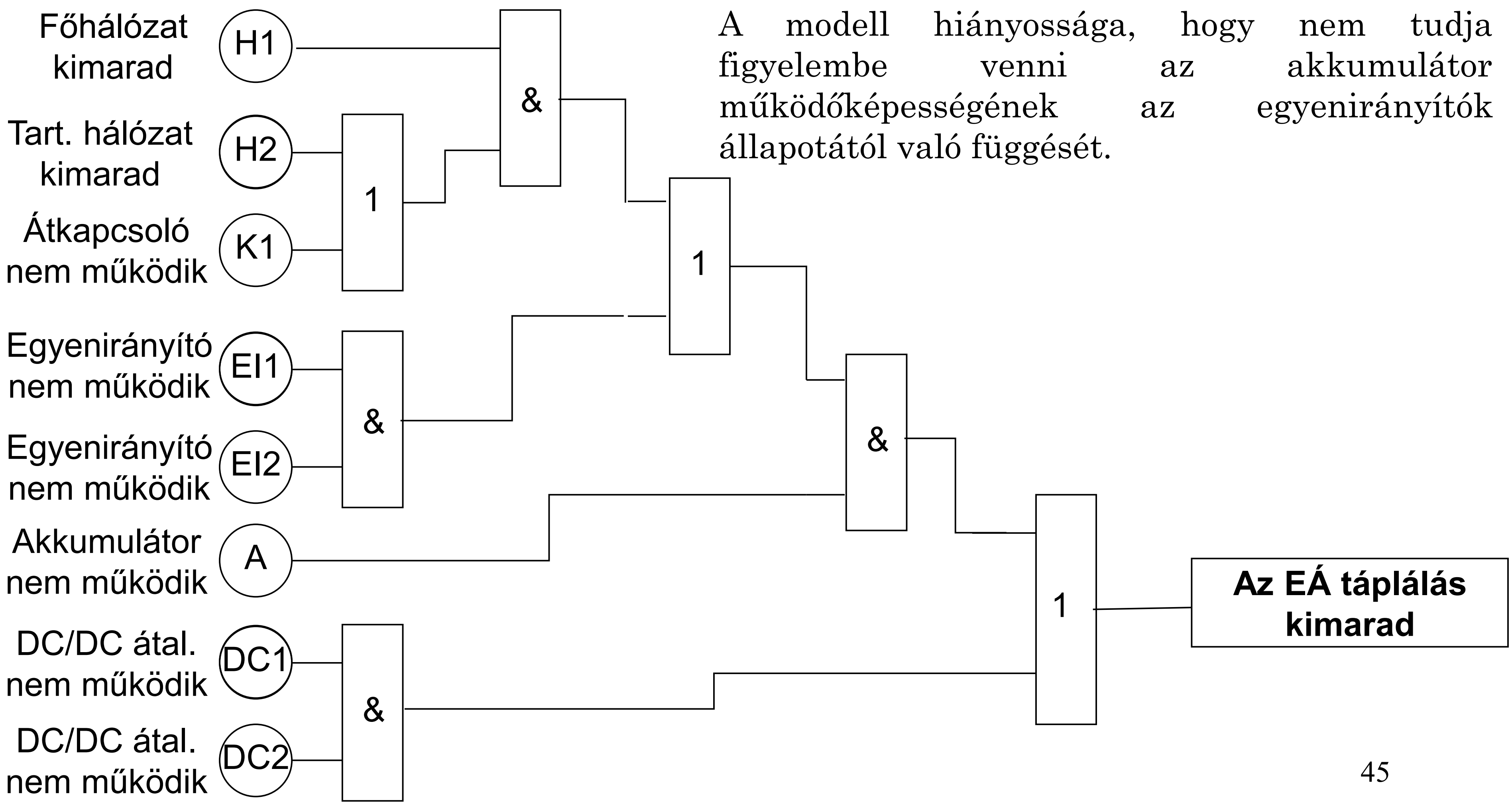
VAGY kapcsolat: $F_{VAGY}(t)=1-\prod_{i=1}^{n}(1-F_i(t))$

ÁRAMELLÁTÓ BERENDEZÉS HIBAFÁJA

Csúcsesemény: az egyenáramú táplálás kimarad

$$EA = [\, H1\,(H2 + K1) + (E1\,E2)\,]\,A + (DC1\,DC2)$$

A modell hiányossága, hogy nem tudja figyelembe venni az akkumulátor működőképességének az egyenirányítók állapotától való függését.



Minimális vágatok

Vágat

Azoknak az elemi eseményeknek a halmaza, amelyek együttes fellépésekor a csúcsesemény bekövetkezik.

Minimális vágat

Azoknak az elemi eseményeknek a halmaza, amelyek együttes fellépésekor a csúcsesemény bekövetkezik, azonban ezek közül bármelyik esemény elmaradásakor a csúcsesemény sem következik be.

Gyenge pontok meghatározása

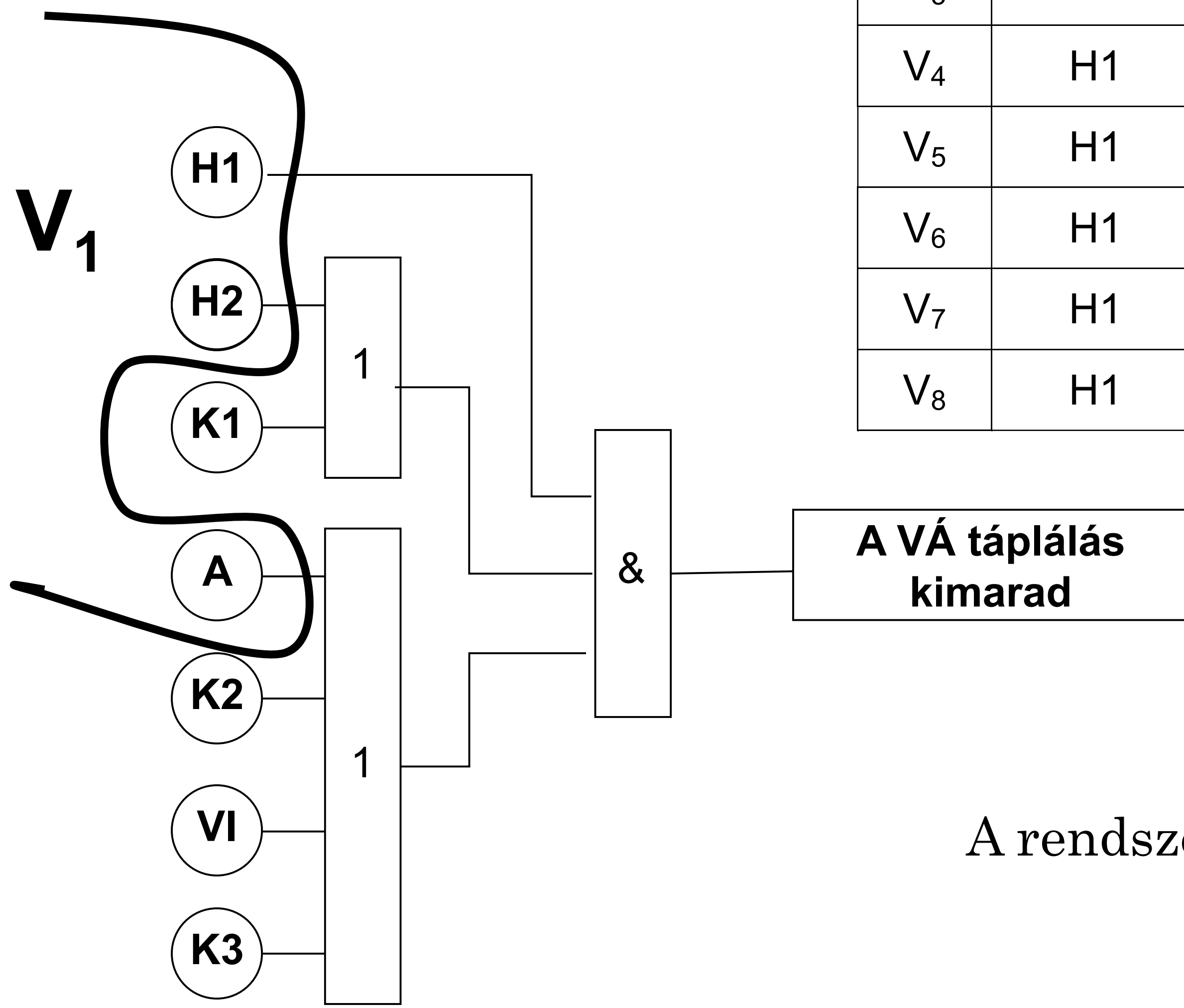
A minimális vágatokhoz hozzárendeljük a bennük szereplő események fellépési valószínűségének szorzatát. Az így kapott értékek alapján a vágatokat sorba rendezve látható, hogy elsősorban mely elemi események felelősek a csúcsesemény bekövetkezéséért.

Hibatűrő képesség

A rendszer hibatűrő képessége eggyel kisebb, mint a legkevesebb elemi eseményt tartalmazó minimális vágat elemszáma.

Minimális vágatok

Vágat jele	1. elemi esemény	2. elemi esemény	3. elemi esemény	Valószí-nűség
V_1	H1	H2	A	10^{-15}
V_2	H1	H2	K2	10^{-15}
V_3	H1	H2	VI	10^{-15}
V_4	H1	H2	K3	10^{-15}
V_5	H1	K1	A	10^{-15}
V_6	H1	K1	K2	10^{-15}
V_7	H1	K1	VI	10^{-15}
V_8	H1	K1	K3	10^{-15}

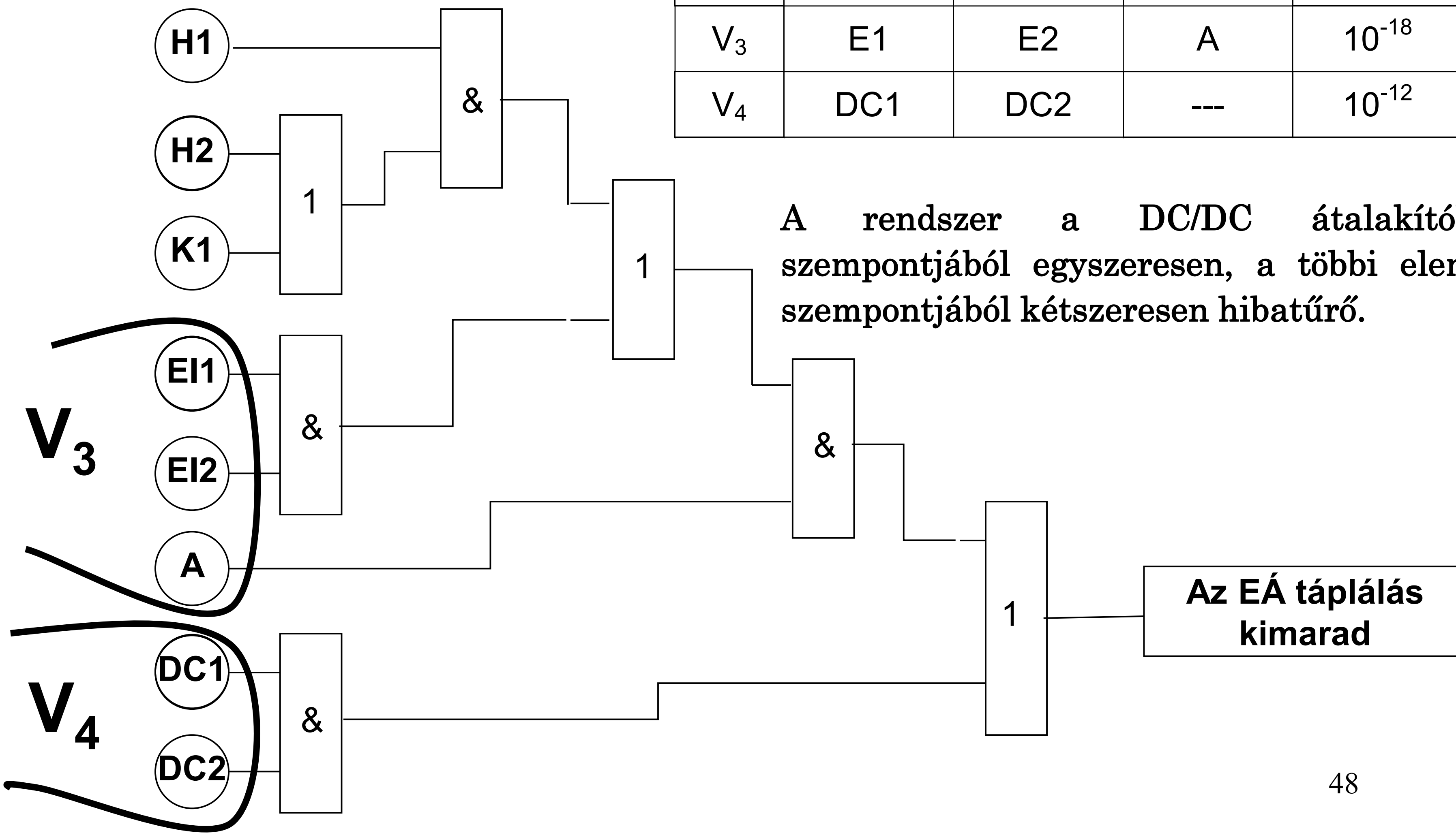


A rendszer kétszeresen hibatűrő

Minimális vágatok

Vágat jele	1. elemi esemény	2. elemi esemény	3. elemi esemény	Valószí-nűség
V_1	H1	H2	A	10^{-15}
V_2	H1	K1	A	10^{-15}
V_3	E1	E2	A	10^{-18}
V_4	DC1	DC2	---	10^{-12}

A rendszer a DC/DC átalakítók szempontjából egyszeresen, a többi elem szempontjából kétszeresen hibatűrő.



MARKOV-FÉLE MEGBÍZHATÓSÁGI MODELL

Markov-modellek

- Állapotok
  - Több lehetséges állapot
- Állapotátmenetek
  - Véletlen események / sztochasztikus
  - Jellemzés: állapotátmeneti gyakoriságokkal, rátákkal [1/h]
    - Konstans ráták: homogén Markov-lánc
    - Időfüggő ráták: fél-Markov-lánc
- Reprezentáció
  - Állapotgráf
  - Matematikai modell
    - Differenciál-egyenlet-rendszer

Markov-modellek

- Alkalmazás a megbízhatóság-elméletben
  - Több meghibásodási állapotú rendszerek modellezése
    - Pl. fail-safe rendszer, redundáns rendszer
  - Több irányú állapotátmenet
    - Pl. javítható rendszer
- Modellezés
  - A rendszer állapotainak meghatározása
    - A rendszer tulajdonságainak, architektúrájának ismeretében → mérnöki feladat, eléggé intuitív
  - Állapotok fajtái
    - Zárt állapothalmaz, tranziens állapotok, abszorbens állapotok
  - Állapotátmeneti gyakoriságok meghatározása
    - Rendszer/alkatrész-jellemzők, rendszerarchitektúra alapján

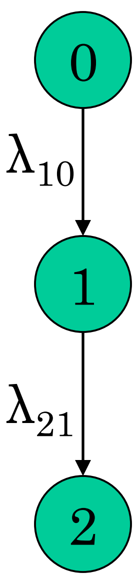
Megjegyzések a rendszerállapotokhoz

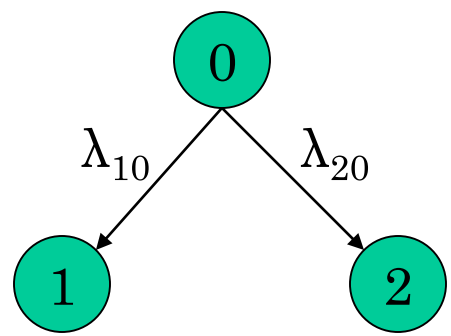
Egy nem javítható rendszer állapotai:

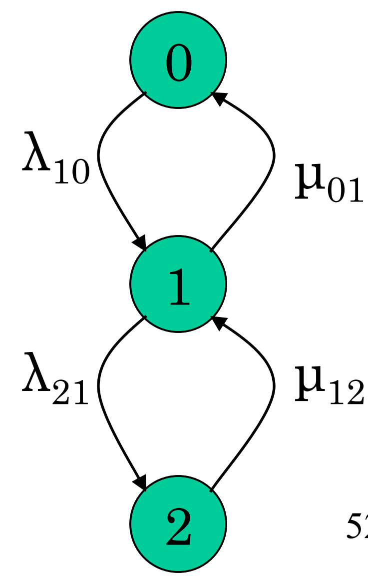
- tranziens (működőképes) állapotok,
- abszorbens (működésképtelen) állapot.

Egy többféle meghibásodási móddal rendelkező rendszernek lehet több abszorbens állapota is (pl. akadályozó és veszélyeztető).

Egy javítható rendszer állapotai periodikusan elérhetők, zárt állapothalmazt képeznek.





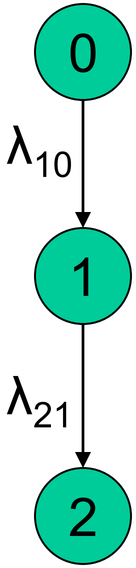


Az állapotegyenletek felírása

Az állapotmodellek matematikailag állapotegyenletekkel írhatók le.

Az állapotegyenletek felírásának lépései:

- differenciaegyenletek felírása,
- átmenet differenciálegyenletekbe,
- mátrixos írásmód alkalmazása.



Három állapotú, nem javítható rendszer

$$P_0(t+\Delta t) = P_0(t) - P_0(t)\,p_{10}(\Delta t) \qquad p_{10}(\Delta t) = \lambda_{10}\Delta t$$

$$P_0(t+\Delta t) = P_0(t) - P_0(t)\lambda_{10}\Delta t$$

$$P_1(t+\Delta t) = P_1(t) + P_0(t)\lambda_{10}\Delta t \quad - P_1(t)\lambda_{21}\Delta t$$

$$P_2(t+\Delta t) = P_2(t) \quad + P_1(t)\lambda_{21}\Delta t$$

$$\frac{P_0(t+\Delta t) - P_0(t)}{(\Delta t)} = -\lambda_{10}P_0(t)$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} = \frac{dP_0(t)}{dt} = P_0'(t)$$

$$P_0'(t) = -\lambda_{10}P_0(t)$$

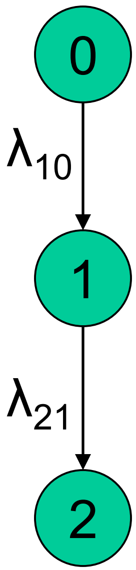
$$P_1'(t) = +\lambda_{10}P_0(t) - \lambda_{21}P_1(t)$$

$$P_2'(t) = \qquad + \lambda_{21}P_1(t)$$

$$\boxed{\underline{P}'(t) = \underline{\underline{A}} \cdot \underline{P}(t)}$$

$$\begin{bmatrix} P_0'(t) \\ P_1'(t) \\ P_2'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_{10} & 0 & 0 \\ +\lambda_{10} & -\lambda_{21} & 0 \\ 0 & +\lambda_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0(t) \\ P_1(t) \\ P_2(t) \end{bmatrix}$$

Gyakorlati megjegyzések az állapotegyenletek felírásához



$$\boxed{\underline{P}'(t) = \underline{\underline{A}} \cdot \underline{P}(t)}$$

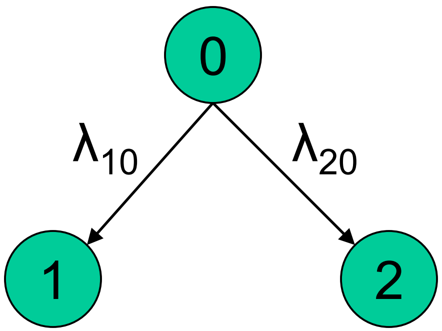
$$\begin{bmatrix} P_0'(t) \\ P_1'(t) \\ P_2'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_{10} & 0 & 0 \\ +\lambda_{10} & -\lambda_{21} & 0 \\ 0 & +\lambda_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0(t) \\ P_1(t) \\ P_2(t) \end{bmatrix}$$

A mátrixos forma közvetlenül az állapotdiagramból levezethető.

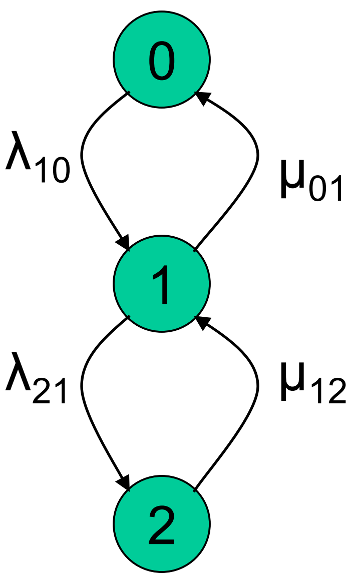
Az átmeneti mátrix minden oszlopösszege 0.

A főátlóban szereplő negatív értékek az adott oszlop többi elemének összegével egyenlők.

Mátrixos alak közvetlen felírása



$$\begin{bmatrix} P_0'(t) \\ P_1'(t) \\ P_2'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_{10}-\lambda_{20} & 0 & 0 \\ +\lambda_{10} & 0 & 0 \\ +\lambda_{20} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0(t) \\ P_1(t) \\ P_2(t) \end{bmatrix}$$

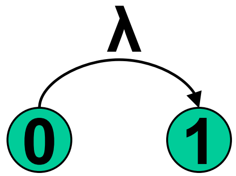


$$\begin{bmatrix} P_0'(t) \\ P_1'(t) \\ P_2'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_{10} & +\mu_{01} & 0 \\ +\lambda_{10} & -\lambda_{21}-\mu_{01} & +\mu_{12} \\ 0 & +\lambda_{21} & -\mu_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0(t) \\ P_1(t) \\ P_2(t) \end{bmatrix}$$

Rendszerek javítás nélkül és részleges javítással

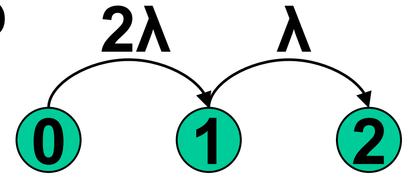
Javítás nélkül

a — Egy elemes rendszer



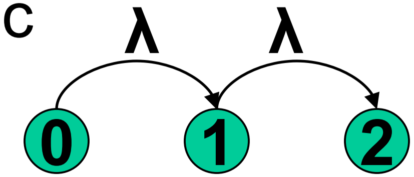
$$\begin{bmatrix} -\lambda & 0 \\ +\lambda & 0 \end{bmatrix}$$

b — Aktív redundancia



$$\begin{bmatrix} -2\lambda & 0 & 0 \\ +2\lambda & -\lambda & 0 \\ 0 & +\lambda & 0 \end{bmatrix}$$

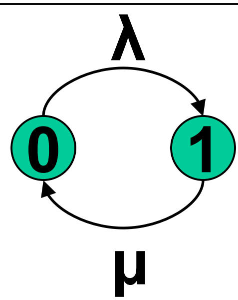
c — Passzív redundancia



$$\begin{bmatrix} -\lambda & 0 & 0 \\ +\lambda & -\lambda & 0 \\ 0 & +\lambda & 0 \end{bmatrix}$$

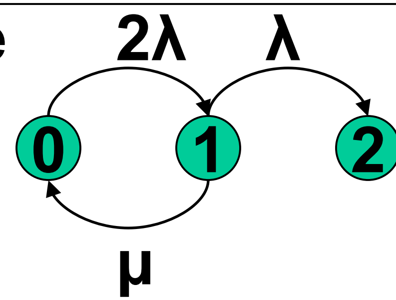
Részleges javítással

d — Egy elemes rendszer



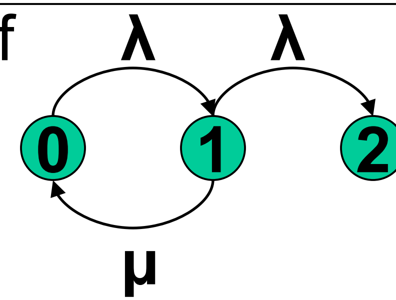
$$\begin{bmatrix} -\lambda & +\mu \\ +\lambda & -\mu \end{bmatrix}$$

e — Aktív redundancia



$$\begin{bmatrix} -2\lambda & +\mu & 0 \\ +2\lambda & -\lambda-\mu & 0 \\ 0 & +\lambda & 0 \end{bmatrix}$$

f — Passzív redundancia



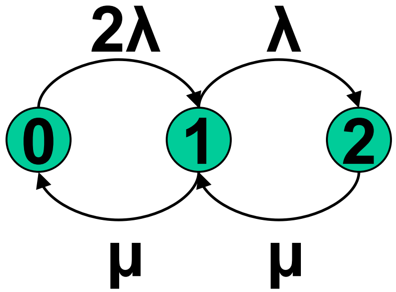
$$\begin{bmatrix} -\lambda & +\mu & 0 \\ +\lambda & -\lambda-\mu & 0 \\ 0 & +\lambda & 0 \end{bmatrix}$$

Függő és független javítás

	Aktív redundancia	Passzív redundancia	Fail-Safe rendszer

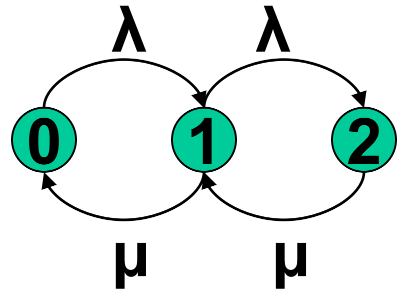
Függő javítás

Aktív redundancia



$$\begin{bmatrix} -2\lambda & +\mu & 0 \\ +2\lambda & -\lambda-\mu & +\mu \\ 0 & +\lambda & -\mu \end{bmatrix}$$

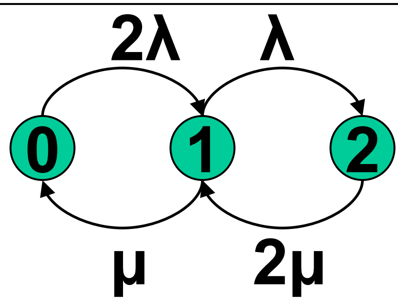
Passzív redundancia



$$\begin{bmatrix} -\lambda & +\mu & 0 \\ +\lambda & -\lambda-\mu & +\mu \\ 0 & +\lambda & -\mu \end{bmatrix}$$

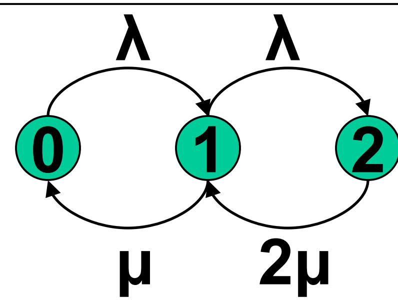
Független javítás

Aktív redundancia



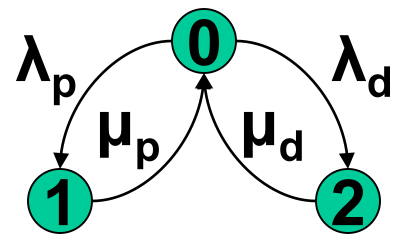
$$\begin{bmatrix} -2\lambda & +\mu & 0 \\ +2\lambda & -\lambda-\mu & +2\mu \\ 0 & +\lambda & -2\mu \end{bmatrix}$$

Passzív redundancia



$$\begin{bmatrix} -\lambda & +\mu & 0 \\ +\lambda & -\lambda-\mu & +2\mu \\ 0 & +\lambda & -2\mu \end{bmatrix}$$

Fail-Safe rendszer



0 - működőképes

1 - akadályozó (passive)

2 - veszélyeztető (dangerous)

$$\begin{bmatrix} -\lambda_p-\lambda_d & +\mu_p & +\mu_d \\ +\lambda_p & -\mu_p & 0 \\ +\lambda_d & 0 & -\mu_d \end{bmatrix}$$

JAVÍTHATÓ RENDSZEREK

Karbantarthatóság
Maintainability

A karbantartás (maintenance) azon intézkedések összessége, amelyek célja egy rendszer készenlétének, vagy más szóval rendelkezésre állásának (availability) a biztosítása.

A karbantartás fajtái:

- tervszerű (megelőző) karbantartás, a működőképesség megtartása érdekében,
- terven kívüli (javító) karbantartás, a működőképesség helyreállítása érdekében.

A karbantarthatóságot a működőképességgel analóg módon definiáljuk:

$$M = f(t)$$

annak a valószínűsége, hogy az adott „t” időpontra a karbantartási tevékenységek befejeződtek.

Karbantartási gyakoriság

A „μ" karbantartási gyakoriságot a „λ" meghibásodási gyakorisághoz hasonlóan definiáljuk:

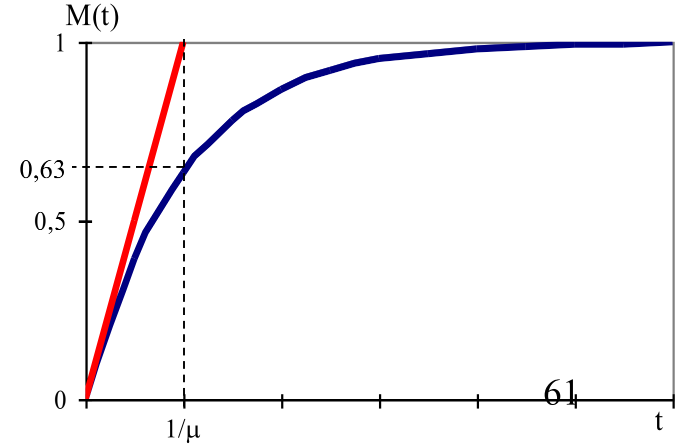
$$\lambda(t) = \frac{\frac{dF(t)}{dt}}{1 - F(t)} \qquad \mu(t) = \frac{\frac{dM(t)}{dt}}{1 - M(t)}$$

A karbantartási vagy javítási gyakoriság az időegység alatt kijavítható egységek számát fejezi ki.

Exponenciális karbantartási függvény esetén:

$$\mu(t) = \mu = \acute{a}lland\acute{o}$$

$$\boxed{M(t) = 1 - e^{-\mu t}}$$



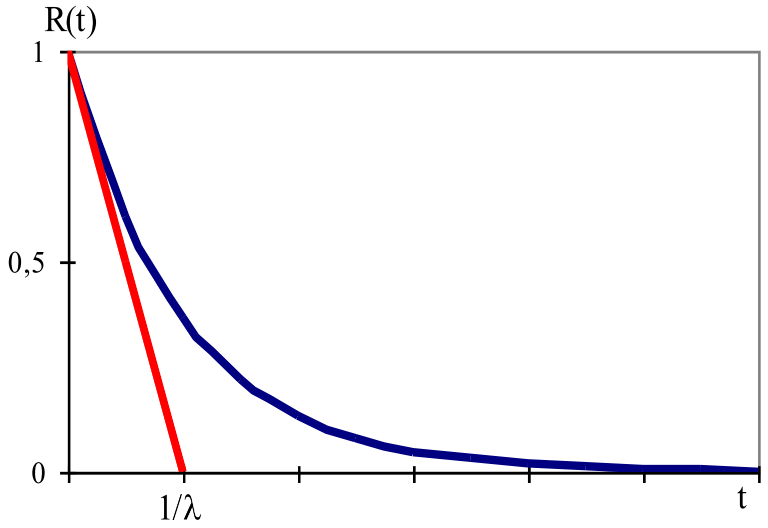
A rendelkezésre állás (készenlét) jellemzői

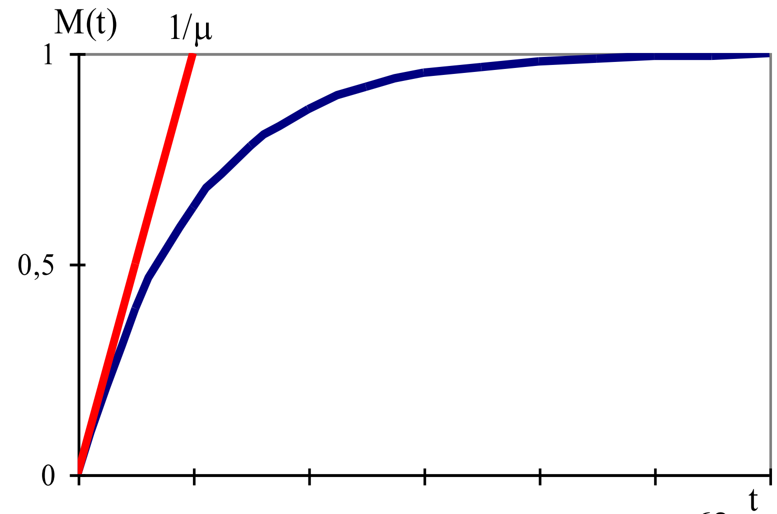
Átlagos meghibásodási időköz
Mean Time Between Failures

$$MTBF = \int_0^\infty R(t)dt = \frac{1}{\lambda}$$

Átlagos javítási időtartam
Mean Time To Repair

$$MTTR = \int_0^\infty [1 - M(t)]dt = \frac{1}{\mu}$$





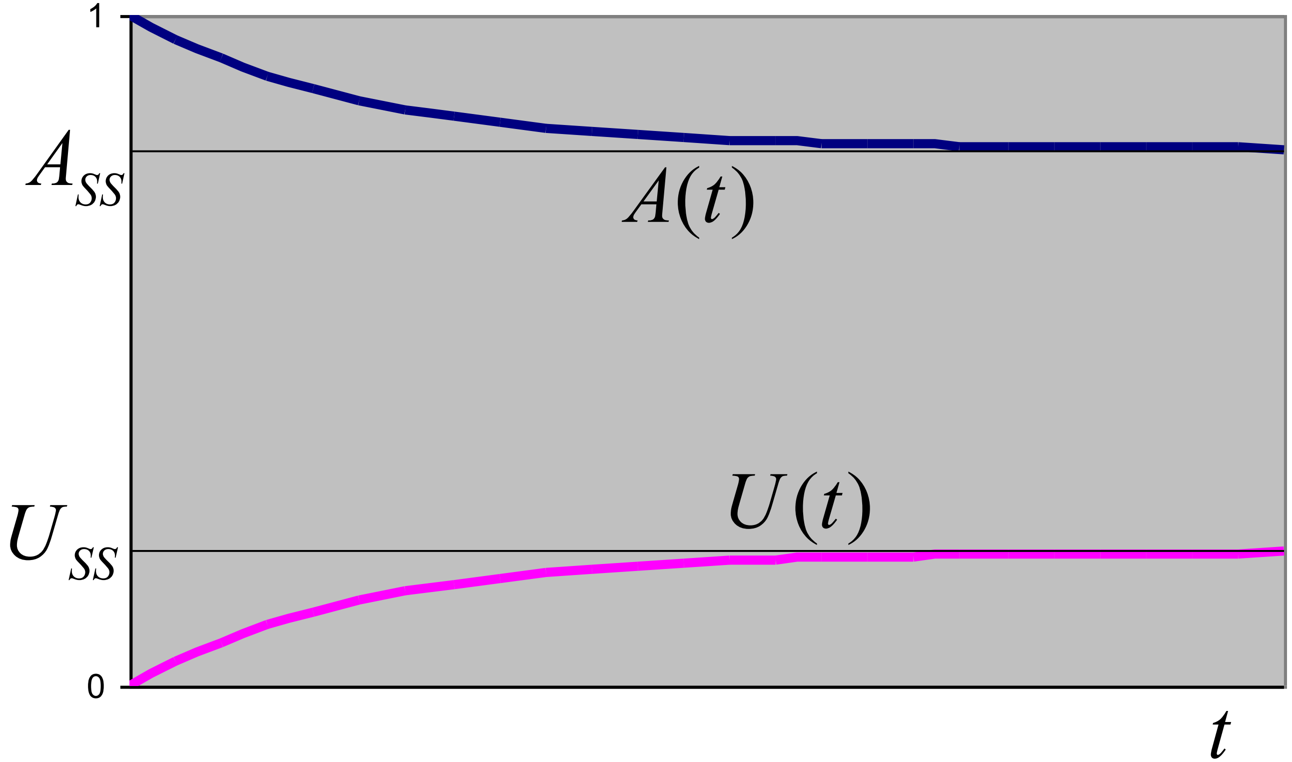
Készenlét és nem-készenlét

Készenlét
Availability

$$A(t)$$

Nem-készenlét
Unavailability

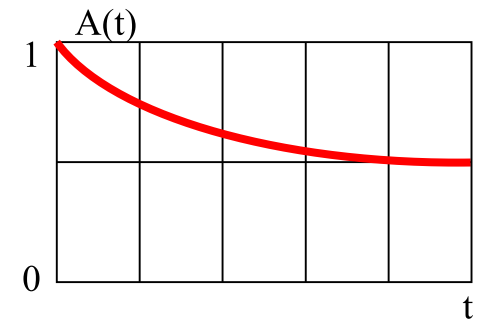
$$U(t) = 1 - A(t)$$



A rendelkezésre állás (készenlét) fajtái

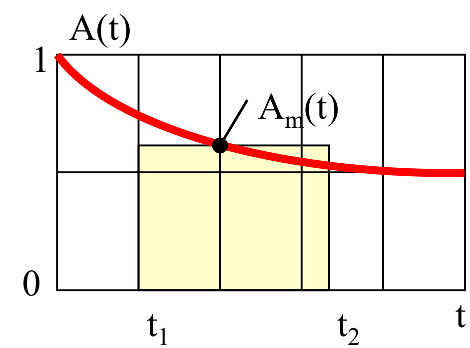
Pillanatnyi készenlét:
annak valószínűsége, hogy a rendszer az adott időpontban működőképes:

$$A(t) = \frac{\mu}{\mu+\lambda} + \frac{\lambda}{\mu+\lambda} e^{-(\mu+\lambda)t}$$



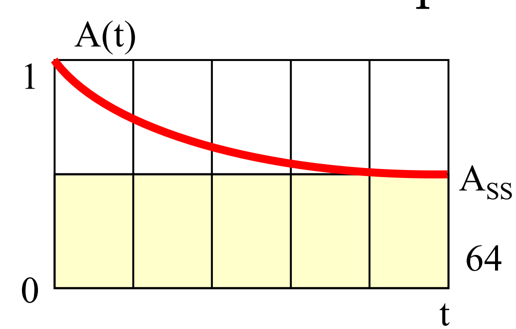
Adott feladatra készenlét:
annak valószínűsége, hogy a rendszer a $t_1 \leq t \leq t_2$ időintervallumban működőképes:

$$A_m(t) = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} A(t)dt$$



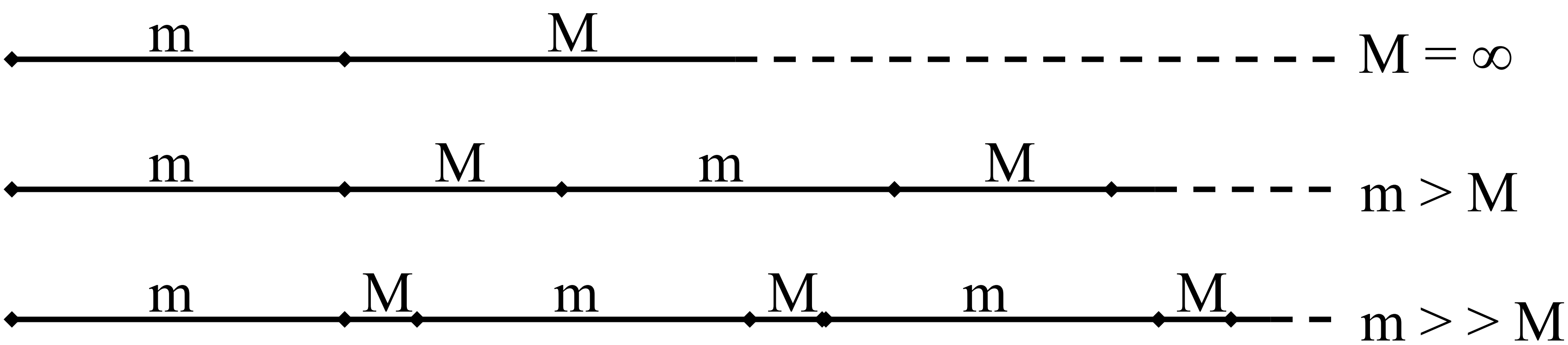
Tartós (Steady State) **készenlét:**
azt fejezi ki, hogy egy rendszer hosszabb idő elteltével az időalap hány százalékában működőképes:

$$A_{ss} = \frac{\mu}{\mu+\lambda} = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$



A javítás hatása a tartós rendelkezésre állásra

$$A_{ss} = \frac{\mu}{\mu + \lambda} = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} = \frac{m}{m + M}$$



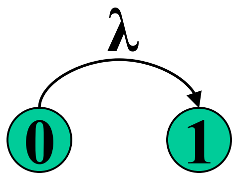
Eset	m (h)	M (h)	A_{ss} %
1	1000	∞	0
2	1000	100	90,9
3	1000	10	99,0
4	1000	1	99,9
5	100	1	99,0

Rendszerek javítás nélkül és részleges javítással

Egy elemes rendszer

Javítás nélkül

a



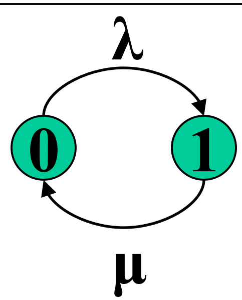
$$P_0(t) = e^{-\lambda t}$$

$$T = \frac{1}{\lambda}$$

$$P_1(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Javítással

d



$$P_0(t) = \frac{\mu}{\mu+\lambda} + \frac{\lambda}{\mu+\lambda} e^{-(\mu+\lambda)t} = A(t)$$

$$MTBF = \frac{1}{\lambda}$$

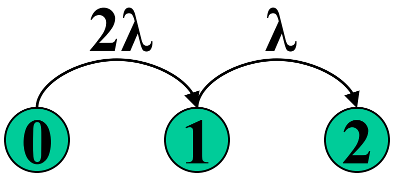
$$P_1(t) = \frac{\lambda}{\mu+\lambda}\left(1 - e^{-(\mu+\lambda)t}\right) = U(t)$$

Rendszerek javítás nélkül és részleges javítással

Aktív redundancia

Javítás nélkül

b



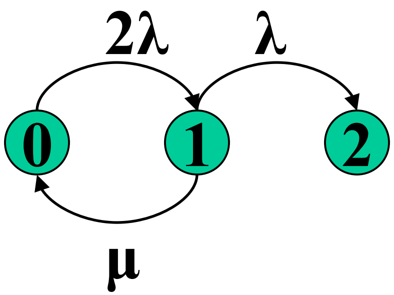
$$R(t) = P_0(t) + P_1(t)$$

$$P_0(t) = e^{-2\lambda t} \qquad P_1(t) = 2\left(e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}\right)$$

$$T = \frac{3}{2\lambda} \qquad P_2(t) = 1 - \left(2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}\right) = F(t)$$

Részleges javítással

e



$$A(t) = P_0(t) + P_1(t) \approx e^{-\frac{2\lambda^2}{\mu}t}, \quad ha\ \mu >> \lambda$$

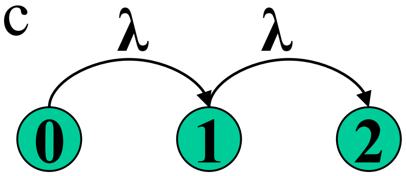
$$T = \frac{3\lambda + \mu}{2\lambda^2}$$

Rendszerek javítás nélkül és részleges javítással

Passzív redundancia

Javítás nélkül

c

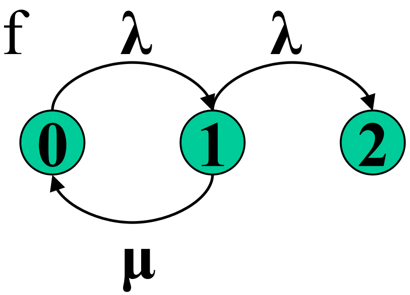


$$T = \frac{2}{\lambda}$$

$$R(t) = (1 + \lambda t)e^{-\lambda t}$$

Részleges javítással

f



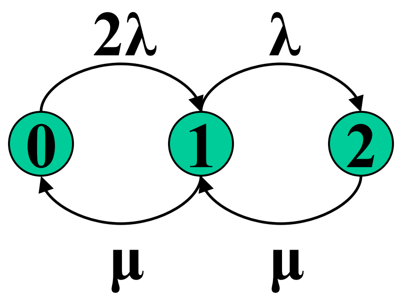
$$A(t) = P_0(t) + P_1(t) \approx e^{-\frac{\lambda^2}{\mu}t}, \quad ha\ \mu >> \lambda$$

$$T = \frac{2\lambda + \mu}{\lambda^2}$$

Redundáns rendszerek tartós készenléte

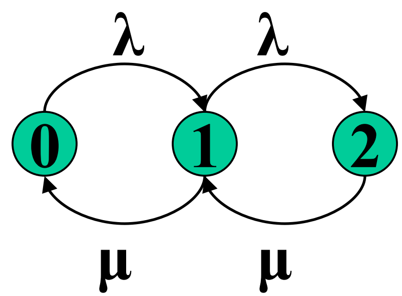
Függő javítás

Aktív redundancia



$$A_{ss} = \frac{2\lambda\mu + \mu^2}{2\lambda^2 + 2\lambda\mu + \mu^2}$$

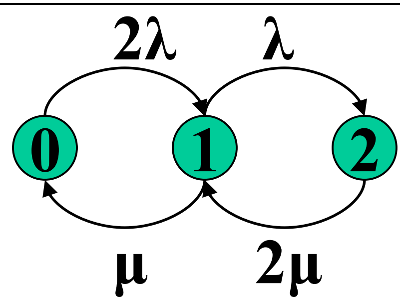
Passzív redundancia



$$A_{ss} = \frac{\lambda\mu + \mu^2}{\lambda^2 + \lambda\mu + \mu^2}$$

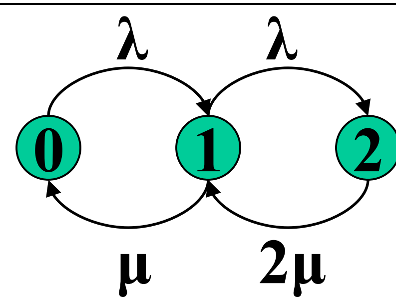
Független javítás

Aktív redundancia



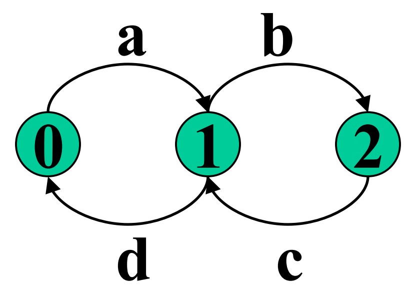
$$A_{ss} = \frac{2\lambda\mu + \mu^2}{\lambda^2 + 2\lambda\mu + \mu^2}$$

Passzív redundancia



$$A_{ss} = \frac{2\lambda\mu + 2\mu^2}{\lambda^2 + 2\lambda\mu + 2\mu^2}$$

Általános



$$P_0 = \frac{cd}{ab + ac + cd}$$

$$P_1 = \frac{ac}{ab + ac + cd}$$

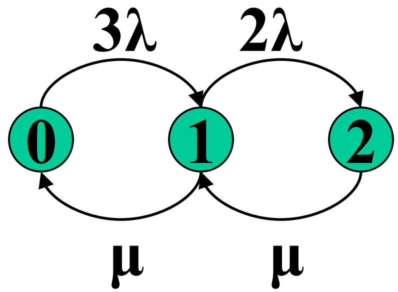
$$P_2 = \frac{ab}{ab + ac + cd}$$

$$A_{ss} = \frac{ac + cd}{ab + ac + cd}$$

3-ból 2 rendszerek tartós készenléte

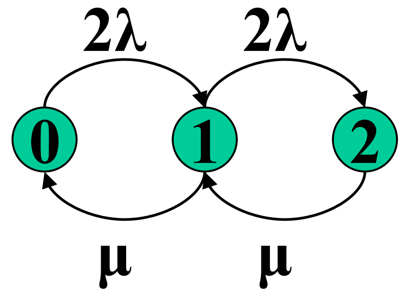
Függő javítás

Aktív redundancia



$$A_{ss} = \frac{3\lambda\mu + \mu^2}{6\lambda^2 + 3\lambda\mu + \mu^2}$$

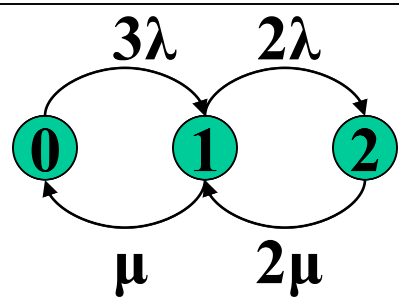
Passzív redundancia



$$A_{ss} = \frac{2\lambda\mu + \mu^2}{4\lambda^2 + 2\lambda\mu + \mu^2}$$

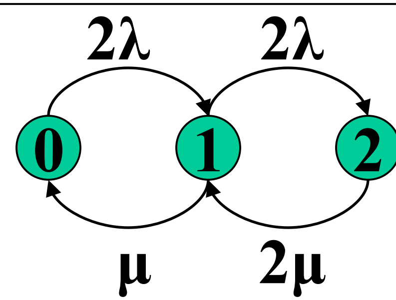
Független javítás

Aktív redundancia



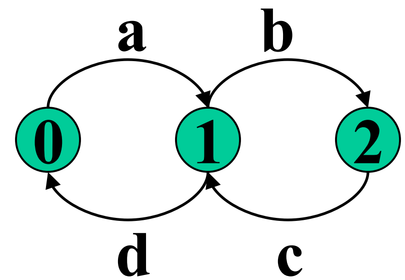
$$A_{ss} = \frac{3\lambda\mu + \mu^2}{3\lambda^2 + 3\lambda\mu + \mu^2}$$

Passzív redundancia



$$A_{ss} = \frac{2\lambda\mu + \mu^2}{2\lambda^2 + 2\lambda\mu + \mu^2}$$

Általános



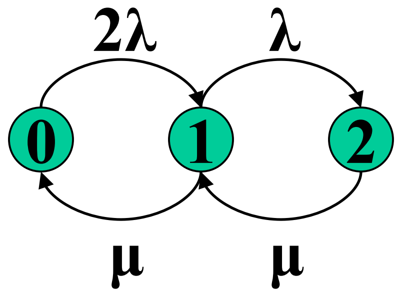
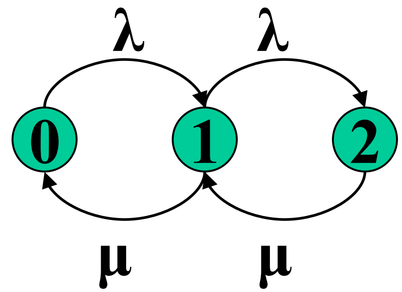
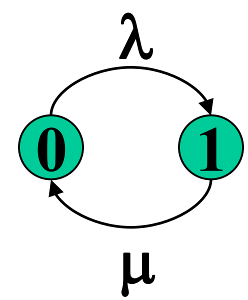
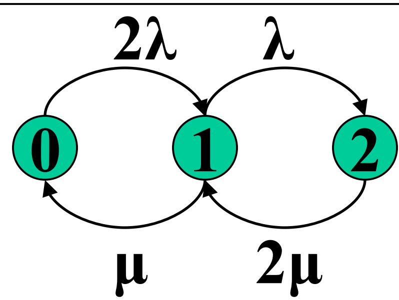
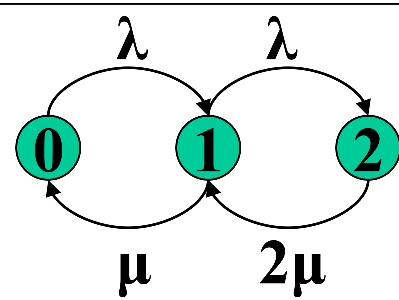
$$P_0 = \frac{cd}{ab + ac + cd}$$

$$P_1 = \frac{ac}{ab + ac + cd}$$

$$P_2 = \frac{ab}{ab + ac + cd}$$

$$A_{ss} = \frac{ac + cd}{ab + ac + cd}$$

A meghibásodási és a javítási ráta viszonyának befolyása

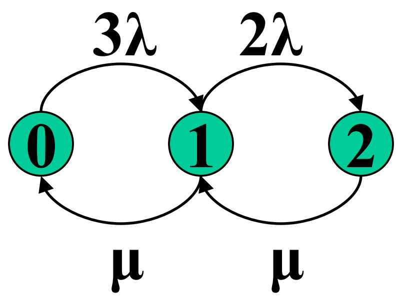
	Aktív redundancia	Passzív redundancia	Nem redundáns
Függő javítás	 $A_{ss} =$ 0,6; 0,983; 0,9998	 $A_{ss} =$ 0,66; 0,990; 0,9999	 $A_{ss} =$ 0,5; 0,9; 0,99
Független javítás	 $A_{ss} =$ 0,75; 0,991; 0,9999	 $A_{ss} =$ 0,8; 0,995; 0,99995	

$\lambda/\mu = 1;\quad 0{,}1;\quad 0{,}01$

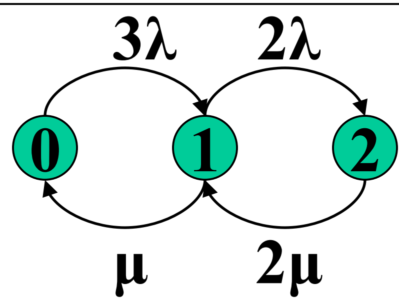
A meghibásodási és a javítási ráta viszonyának befolyása

Aktív redundancia

Függő javítás



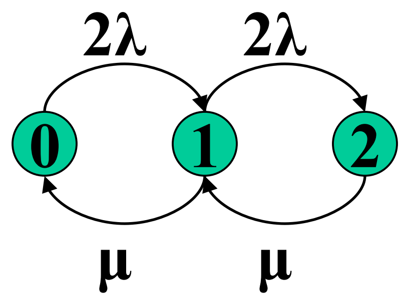
Független javítás



$A_{ss} =$ 0,57; 0,977; 0,9997

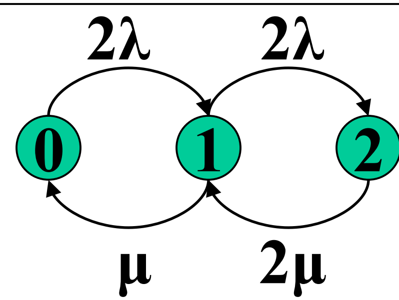
Passzív redundancia

Függő javítás



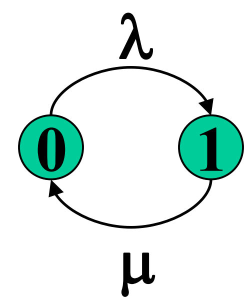
$A_{ss} =$ 0,429; 0,9677; 0,9996

Független javítás



$A_{ss} =$ 0,6; 0,983; 0,9998

Nem redundáns



$A_{ss} =$ 0,5; 0,9; 0,99

$\lambda/\mu = 1;\quad 0,1;\quad 0,01$